Минимальные примеры для линейных условий

А.Я.Лепин

Аннотация. Для краевой задачи приводятся минимальные примеры с линейными условиями.

УДК 517.927

Рассмотрим краевую задачу

$$x'' = f(t, x, x'),\ t \in I = [a, b], \tag{1}$$

$$\begin{aligned} H_1x = H_1\big(x(a), x(b), x'(a), x'(b)\big) = h_1, \\ H_2x = H_2\big(x(a), x(b), x'(a), x'(b)\big) = h_2, \end{aligned} \tag{2}$$

$$\alpha \le x \le \beta, \quad U, \tag{3}$$

где функция f удовлетворяет условиям Каратеодори, H_1 и H_2 непрерывные функции, α – нижняя функция, β – верхняя функция и U – подмножество следующего множества условий:

1. $\alpha(a) = \beta(a)$, 2. $\alpha'(a) < \beta'(a)$, 3. $\alpha'(a) = \beta'(a)$, 4. $\alpha'(a) > \beta'(a)$,

5. $\alpha(b) = \beta(b)$, 6. $\alpha'(b) < \beta'(b)$, 7. $\alpha'(b) = \beta'(b)$, 8. $\alpha'(b) > \beta'(b)$,

9. $\big(\forall x, y \in S(I, R)\big)\Big(\big(x \le y \wedge x'(a) \le y'(a) \Rightarrow x'(b) \le y'(b)\big) \wedge \big(x \le y \wedge x'(b) \ge y'(b) \Rightarrow x'(a) \ge y'(a)\big)\Big)$,

A. $\alpha \in S(I, , R)$, B. $\beta \in S(I, R)$, C. $H_1\alpha = H_1\beta$, D. $H_2\alpha = H_2\beta$,

L. $f(t, x, x') = c_0(t) + c_1(t)x + c_2(t)x',\ c_0, c_1, c_2 \in L_1(I, R)$,

L$_1$. $H_1x = p_1x(a) + p_2x(b) + p_3x'(a) + p_4x'(b),\ p_1, p_2, p_3, p_4 \in R$,

L$_2$. $H_1x = p_5x(a) + p_6x(b) + p_7x'(a) + p_8x'(b),\ p_5, p_6, p_7, p_8 \in R$,

где S(I,R) - множество решений $x:\ I \to R$ уравнения (1), удовлетворяющих, неравенствам $\alpha \le x \le \beta$.

Будем говорить, что непрерывная функция $H:\ R^4 \to R$ имеет тип монотонности $(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \sigma_4)$, где $\sigma_i \in \{0, -, +, 1\}$, $i = 1, 2, 3, 4$, если при $\sigma_i = 0$ функция H не зависит от i-го аргумента, при $\sigma_i = -$ функция H не возрастает по i-му аргументу, при $\sigma_i = +$ функция H не убывает по i-му аргументу, а при $\sigma_i = 1$ на i-й аргумнт функции H условия не накладываются. Класс монотонности $M(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \sigma_4)$ состоит из функций H, имеющих тип монотонности $(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \sigma_4)$.

Пусть M_1 и M_2-классы монотонности. В работах [1] и [2] исследовалось утверждение.

Утверждение Id. Для любых $H_1 \in M_1$, $H_2 \in M_2$, $h_1 \in [H_1\alpha, H_1\beta]$ и $h_2 \in [H_2\alpha, H_2\beta]$ из $H_1\alpha \leq H_1\beta$, $H_2\alpha \leq H_2\beta$ и U следует существование решения краевой задачи (1)-(3).

Так в работе [1] для условий 1-D найдены все наборы (M_1, M_2, U), для которых утверждение Id становится теоремой. Для остальных наборов можно построить противоречащый пример. При этом решение понимается в обобщенном смысле. Влияние линейных условий L, L_1 и L_2 исследовалось в работе [2], в которой для условий 1-8 и L, L_1, L_2 найдены все наборы (M_1, M_2, U), для которых утверждение Id становится теоремой. Аналогично в работе [1] решение понимается в обобщенном смысле. В работе [3] доказаны несколько теорем с условиями L, L_1 и L_2, которых нет в работе [2]. Полное рассмотрение всх условий $1 - L_2$ сейчас не представляется возможным из-за отсутствия нужных для этого программ для ПК, очень большого числа нуждающихся в построении примеров и наличия утверждений, для которых еще не удалось установить являются они теоремами или можно построить противоречащий пример.

Набор (M_1, M_2, U), подстановка которого в формулировку утверждения Id делает его верным, будем называть теоремой. Если набор не является теоремой, то можно построить противоречащий пример. Поэтому такой набор будем называть примером. Обозначим через TE множество всех наборов (M_1, M_2, U), через T- множество всех теорем, а через E-множество всех примеров. В TE введем частичный порядок следующим образом: $(M_1, M_2, U_1) \leq (M_3, M_4, U_2)$, если $M_1 \subset M_3$, $M_2 \subset M_4$ и $U_2 \subset U_1$. Пусть T_m- множество максимальных элементов множества T, а E_m- множество минимальных элементов множества E. Из $t_1 \in T$, $t_2 \in TE$ и $t_2 \leq t_1$ следует, что t_2 является частным случаем теоремы t_1. Поэтому $t_2 \in T$. Аналогично из $e_1 \in E$, $e_2 \in TE$ и $e_1 \leq e_2$ следует $e_2 \in E$. Поэтому T_m полностью определяет множество T, а E_m- множество E. Краевая задача (1)-(3) и условия $1 - L_2$ обладают симметрией, которой естественно воспользоваться для выделения порождающих теорем T_g и порождающих примеров E_g. Наша цель из порождающих примеров работы [1] получить минимальные примеры для условий $1 - L_2$.

Если $M_1 = M(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \sigma_4)$ и $M_2 = M(\sigma_5, \sigma_6, \sigma_7, \sigma_8)$, то набор (M_1, M_2, U) будем записывать так

$$Id.\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \sigma_4.\sigma_5, \sigma_6, \sigma_7, \sigma_8.u_1u_2u_3u_4u_5u_6u_7u_8u_9u_Au_Bu_Cu_Du_Lu_{L_1}u_{L_2}, \tag{4}$$

где Id-идентификатор набора, $u_i = i$, если i-е условие входит в U и u_i пусто в противном случае. Приведем теоремы в записи (4) из работ [2] и [3], которые нам понадобятся.

TL01. 1 1 1 1. 1 1 1 1. 1 3 L
TL02. 1 1 1 1. 1 1 − +. 1 5 A B L
TL03. 1 1 1 1. 1 − − −. 1 6 A B L
TL04. 1 1 1 1. 1 − − 1. 1 7 A B L
TL05. 1 1 1 1. 1 − − +. 1 8 A B L
TL06. 1 1 1 1. − − − −. 2 6 A B L
TL07. 1 1 1 1. − − − 1. 2 7 A B L
TL08. 1 1 1 1. − − − +. 2 8 A B L
TL09. 1 1 1 1. − − 1 −. 3 6 A B L
TL10. 1 1 1 1. − − 1 1. 3 7 A B L

TL11. 1 1 1 1. – – + –. 4 6 A B L
TL12. – 1 0 +. 1 – – –. 2 6 A B L
TL13. – 1 0 +. 1 – – –. 2 7 A B L
TL14. – 1 0 +. 1 – – 0. 2 8 A B L
TL15. – 1 + +. 1 – – –. 3 6 A B L
TL16. – 1 + +. 1 – – –. 3 7 A B L
TL17. – 1 + +. 1 – – –. 4 6 A B L
TL18. + – 0 0. 1 1 1 1. A B C L
$TLL_1$1. 1 1 1 1. 1 1 1 1. A B C L L_1
$TLL_1$2. + – 0 0. 0 0 1 +. 4 7 V 8 A C L L_1
$TL_1L_2$1. + – + 0. + – + 0. C D L_1L_2
$TL_1L_2$2. + – – 0. + – – 0. C D L_1 L_2
$TL_1L_2$3. + 0 + –. + 0 + –. 6 V 7 C D L_1 L_2
$TL_1L_2$4. + 0 – –. + 0 – –. 6 V 7 C D L_1 L_2

При помощи симметрий можно получить эквивалентные теоремы. Так замена t на $-t$ переводит (4) в

$$Idt.\sigma_2,\sigma_1,\sigma_4',\sigma_3'.\sigma_6,\sigma_5,\sigma_8',\sigma_7'.u_5u_8u_7u_6u_1u_4u_3u_2u_9u_Au_Bu_Cu_Du_Lu_{L_1}u_{L_2},$$

где, $1'=1, +'=-, -'=+, 0'=0$. Если H_1 и H_2 поменять местами, то (4) переходит в

$$IdH.\sigma_5,\sigma_6,\sigma_7,\sigma_8.\sigma_1,\sigma_2,\sigma_3,\sigma_4.u_1u_2u_3u_4u_5u_6u_7u_8u_9u_Au_Bu_Du_Cu_Lu_{L_2}u_{L_1}.$$

Замена u_C на C и H_1 на $-H_1$ переводит (4) в

$$IdC.\sigma_1',\sigma_2',\sigma_3',\sigma_4'.\sigma_5,\sigma_6,\sigma_7,\sigma_8.u_1u_2u_3u_4u_5u_6u_7u_8u_9u_Au_BCu_Du_Lu_{L_1}u_{L_2}.$$

Замена u_D на D и H_2 на $-H_2$ переводит (4) в

$$IdD.\sigma_1,\sigma_2,\sigma_3,\sigma_4.\sigma_5',\sigma_6',\sigma_7',\sigma_8'.u_1u_2u_3u_4u_5u_6u_7u_8u_9u_Au_Bu_CDu_Lu_{L_1}u_{L_2}.$$

Так теорема TL01 при замене t на $-t$ переходит в TL01t. 1 1 1 1. 1 1 1 1. 5 7 L.

Будем пользоваться обозначениями работы [1] и рассмотрим 315 порождающих примера работы [1], которые разбиты на 88 групп Ex01-Ex88. Если порождающий пример содержит L, L_1 и L_2, то этот пример является минимальным примером и для условий 1-L_2. Таким примером является Ex01.2.00+0.0000.12589AD. Записывать это будем так: Ex01. 2. ELL_1L_2. Если порождающий пример содержит условия L_1, L_2 и имеется теорема, которая гарантирует отсутствие условия L, то этот пример является минимальным примером и для условий 1-L_2. Таким примером является Ex01.1.00+0.0000.12579AD. Записывать это будем так: Ex01.1.EL_1L_2.TL01t. Именно теорема TL01t гарантирует отсутствие условия L. Теперь группу Ex01 можно записать так

Ex01.
1. EL_1L_2.TL01t
2. ELL_1L_2
3. ELL_1L_2
4. EL_1L_2.TL01t

5. EL_1L_2.TL02
6. EL_1L_2.TL03

Аналогично

Ex02.
1. EL_1L_2.TL01t
2. ELL_1L_2
3. ELL_1L_2
4. EL_1L_2.TL01t
5. ELL_1L_2
6. ELL_1L_2
7. EL_1L_2.TL01t
8. EL_1L_2.TL04t
9. EL_1L_2.TL09
10. EL_1L_2.TL01t
11. EL_1L_2.TL03t
12. EL_1L_2.TL11

Порождающий пример Ex03.1.0010.0000.12579CD при добавлении условия L_1 переходит в теорему. Действитльно, для линейного граничного условия 1 переходит в – или +, но 00–0.0000.12579CD и 00+0.0000.12579CD теоремы. Таких теорем достаточно много, но они не представляют интереса так как являются частными случаями уже ивестных теорем. Поэтому выписываться такие теоремы не будут, а факт наличия таких теорем будет обозначаться *.

Ex03.
1. EL_2.TL01t.*
2. ELL_2.*
3. ELL_2.*

Ex04.
1. ELL_1L_2

Ex05.
1. ELL_1L_2.ст
2. ELL_1L_2.ст

Здесь мы сталкиваемся со случаем, когда можно построить пример с условиями L,L_1 и L_2, но в работе [1] пример не содержит всех этих условий. Поэтому эти примеры будут построены.

Ex05.1.+ 0 + +. 0 0 0 0. 3 5 8 9 C D L L_1L_2
$a=-2,\ b=0,\ f=0,\ \alpha=\max\{-1,2t\},\ \beta=\min\{1,-t\},$
$H_1x=1.5x(a)+2x'(a)+x'(b)=0.5.$

Ex05.2. + 0 + +. 0 0 0 0. 4 5 8 9 C D L L_1 L_2
$a=-2,\ b=0,\ f=0,\ \alpha=\max\{-1,2t\},\ \beta=\min\{1-\varepsilon(t+2),\ -t(1-2\varepsilon)\},$
$H_1x=1.5x(a)+2x'(a)+x'(b)=0.5.$
Здесь и далее $\varepsilon>0$ и достаточно мало.

Ex06.
1. EL_2.TL01t.*

2. $\mathrm{ELL_2}$.*
3. $\mathrm{ELL_2}$.*
4. $\mathrm{EL_2}$.TL01t.*
5. $\mathrm{ELL_2}$.*
6. $\mathrm{ELL_2}$.*

Ex07.
1. $\mathrm{ELL_1L_2}$.ст
2. $\mathrm{ELL_1L_2}$.ст
2. $\mathrm{ELL_1L_2}$.ст

Ex07.1. $+ - + +$. 0 0 0 0. 3 6 9 C D L $\mathrm{L_1}$ $\mathrm{L_2}$
$a=-1,\ b=1,\ f=x,\ \alpha=t-1,\ \beta=t+1+\varepsilon(t+1)^2,$
$H_1x=x(a)-p_1x(b)+p_2x'(a)+p_3x'(b)=H_1\alpha,$
где p_1,p_2 и p_3 находятся из условий $H_1\alpha=H_1\beta$, $H_1\operatorname{sh}t=H_1\operatorname{ch}t=0$. Все решения (1) удовлетворяют условию $H_1x=0$.

Ex07.2. $+ - + +$. 0 0 0 0. 3 7 9 C D L $\mathrm{L_1}$ $\mathrm{L_2}$
$a=-1,\ b=1,\ f=x,\ \alpha=t-1,\ \beta=t+1,$
$H_1x=x(a)-x(b)+th1\big(x'(a)+x'(b)\big)=2th1-2,$
$H_1sht=H_1cht=0.$
Все решения (1) удовлетворяют условию $H_1x=0$.

Ex07.3. $+ - + +$. 0 0 0 0. 4 6 9 C D L $\mathrm{L_1}$ $\mathrm{L_2}$
$a=-1,\ b=1,\ f=x,\ \alpha=t-1,\ \beta=t+1+\varepsilon(t^2-1),$
$H_1x=x(a)-p_1x(b)+p_2x'(a)+p_3x'(b)=H_1\alpha,$
где p_1,p_2 и p_3 находятся из условий $H_1\alpha=h_1\beta$, $H_1sht=H_1cht=0$. Все решения (1) удовлетворяют условию $H_1x=0$. В примерах Ex07.1 и Ex07.3 p_1,p_2,p_3 и $H_1\alpha$ практически совпадают с соответствующими параметрами примера Ex07.2.

Ex08.
1. $\mathrm{EL_1L_2}$.TL01t
2. $\mathrm{ELL_1L_2}$
2. $\mathrm{ELL_1L_2}$
4. $\mathrm{EL_1L_2}$.TL01t
5. $\mathrm{ELL_1L_2}$.ст
6. $\mathrm{ELL_1L_2}$.ст
7. $\mathrm{ELL_1L_2}$
8. $\mathrm{EL_1L_2}$.TL01t
9. $\mathrm{ELL_1L_2}$
10. $\mathrm{EL_1L_2}$.TL01t
11. $\mathrm{ELL_1L_2}$
12. $\mathrm{ELL_1L_2}$

Ex08.5. $+$ 0 0 0. $+$ 0 0 0. 2 5 8 A B L $\mathrm{L_1}$ $\mathrm{L_2}$
$a=-\varepsilon,\ b=\pi/2,\ f=-x,\ \alpha=-\cos t,\ \beta=\cos t,$
$H_1x=x(a)=\alpha(a),\quad H_2x=x(a)=\beta(a).$

Ex08.6. $+$ 0 0 0. $+$ 0 0 0. 3 5 8 A B L $\mathrm{L_1}$ $\mathrm{L_2}$
$a=0,\ b=\pi/2,\ f=-x,\ \alpha=-\cos t,\ \ \beta=\cos t,$

$H_1x = x(a) = \alpha(a), \quad H_2x = x(a) = \beta(a).$

Ex09.
1. EL$_1$.TL01.*
2. ELL$_1$.*
2. ELL$_1$.*
4. EL$_1$L$_2$.TL01t.ст
5. ELL$_1$L$_2$.ст
6. ELL$_1$L$_2$.ст
7. EL$_1$.TL01t.*
8. ELL$_1$.*
9. ELL$_1$.*
10. EL$_1$.TL01t.*
11. EL$_1$.TL05tD.*
12. EL$_1$.TL06D.*
13. EL$_1$L$_2$.TL01t.ст
14. EL$_1$L$_2$.TL04t.ст
15. EL$_1$L$_2$.TL09.ст
16. EL$_1$.TL01t.*
17. EL$_1$.TL03t.*
18. EL$_1$.TL11.*

Ex09.4. + 0 0 0. 0 0 + 0. 3 5 7 9 A D L$_1$ L$_2$
$a = -2$, $b = 0$, $f = 0$, $t \in [-2, -1)$, $f = 12x''^2$, $t \in [-1, 0]$, $\alpha = 0$, $\beta = \min\{1, t^4\}$,
$H_1x = x(a) = \beta(a), \quad H_2x = x'(a) = 0.$

Ex09.5. + 0 0 0. 0 0 + 0. 3 5 8 9 A D L L$_1$ L$_2$
$a = -2$, $b = 0$, $f = 0$, $\alpha = 0$, $\beta = \min\{1, -t\}$,
$H_1x = x(a) = \beta(a), \quad H_2x = x'(a) = 0.$

Ex09.6. + 0 0 0. 0 0 + 0. 3 6 9 A D L L$_1$ L$_2$
$a = 0$, $b = 1$, $f = x$, $\alpha = 0$, $\beta = 1 + \varepsilon t^2$,
$H_1x = x(a) = \beta(a), \quad H_2x = x'(a) = 0.$

Ex09.13. + 0 0 0. 0 0 + 0. 3 5 7 A B D L$_1$ L$_2$
$\operatorname{ctg}\gamma = -4$, $\gamma \in (\pi/4, 0)$, $a = -\pi/2 - \gamma - 1$, $b = 0$, $f = -x$, $t \in [-\pi/2 - \gamma - 1, -1)$, $f = 12x^{1/2}$, $t \in [-1, 0]$, $\alpha = 0$, $\beta = \min\{\sin(t + \gamma + 1)/\sin\gamma, t^4\}$,
$H_1x = x(a) = \beta(a) - \varepsilon, \quad H_2x = x'(a) = 0.$

Ex09.14. + 0 0 0. 0 0 + 0. 3 5 8 A B D L$_1$ L$_2$
$a = 0$, $b = \pi$, $f = x$, $t \in [0, \pi/2)$, $x \le 1$, $f = 2 - x$, $t \in [0, \pi/2)$, $x \ge 1$, $f = -x$, $t \in \left[\frac{\pi}{2}, \pi\right]$, $\alpha = 0$, $\beta = 2$, $t \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$, $\beta = 2\sin t$, $t \in \left[\frac{\pi}{2}, \pi\right]$,
$H_1x = x(a) = \beta(a) - \varepsilon, \quad H_2x = x'(a) = 0.$

Ex09.15. + 0 0 0. 0 0 + 0. 3 6 A B D L$_1$ L$_2$
$a = 0$, $b = \pi$, $f = x$, $t \in [0, \pi/2)$, $x \le 1$, $f = 2 - x$, $t \in [0, \pi/2)$, $x \ge 1$, $f = x$, $t \in [\pi/2, \pi]$, $\alpha = 0$, $\beta = 2$, $t \in [0, \pi/2]$, $\beta = 2\operatorname{ch}(t - \pi/2)$, $t \in [\pi/2, \pi]$,
$H_1x = x(a) = \beta(a) - \varepsilon, \quad H_2x = x'(a) = 0.$

Ex10.
1. EL$_1$L$_2$.TL01t

2. ELL_1L_2
3. ELL_1L_2

Ex11.
1. ELL_1L_2

Ex12.
1. ELL_1L_2

Ex13.
1. ELL_1L_2

Ex14.
1. EL_1L_2. TL01t
2. ELL_1L_2
3. ELL_1L_2

Ex15.
1. EL_2.TL01t.*
2. ELL_2.*
3. ELL_2.*
4. EL_2.TL01t.*
5. ELL_2.*.ст
6. ELL_2.*.ст
7. ELL_2.*
8. EL_2.TL01t.*
9. ELL_2.*
10. EL_2.TL01t.*
11. ELL_2.*
12. ELL_2.*

Ex15.5. 1 0 0 0. + 0 0 0. 2 5 8 A B C L L_2
$a = -\pi/2 - \varepsilon$, $b = 0$, $f = -x$, $\alpha = \sin t$, $\beta = -\sin t$,
$H_1x = \big(x(a) - \alpha(a)\big)\big(x(a) - \beta(a)\big) = 0, \quad H_2x = x(a) = 0.$

Ex15.6. 1 0 0 0. + 0 0 0. 3 5 8 A B C L L_2
$a = -\pi/2$, $b = 0$, $f = -x$, $\alpha = \sin t$, $\beta = -\sin t$,
$H_1x = \big(x(a) - \alpha(a)\big)\big(x(a) - \beta(a)\big) = 0, \quad H_2x = x(a) = 0.$

Ex16.
1. E.TL01t.**
2. EL.**
3. EL.**
4. EL_2.TL01t.*.ст
5. ELL_2.*.ст
6. ELL_2.*.ст
7. E.TL01t.**
8. EL.**
9. EL.**

Ex16.4. 1 0 0 0. 0 0 + 0. 3 5 7 9 C D L_2

$a=-2, b=0, f=0, t\in[-2,-1), f=12|x|^{1/2} sign\, x, t\in[-1,0], \alpha=\max\{-1,-t^4\}$, $\beta=\min\{1,t^4\}$,
$H_1x=\big(x(a)-\alpha(a)\big)\big(x(a)-\beta(a)\big)=0, \quad H_2x=x'(a)=0.$

Ex16.5. 1 0 0 0. 0 0 + 0. 3 5 8 9 C D L L_2
$a=-2,\ b=0,\ f=0,\ \alpha=\max\{-1,t\},\ \beta=\min\{1,-t\},$
$H_1x=\big(x(a)-\alpha(a)\big)\big(x(a)-\beta(a)\big)=0, \quad H_2x=x'(a)=0.$

Ex16.6. 1 0 0 0. 0 0 + 0. 3 6 9 C D L L_2
$a=0,\ b=1,\ f=x,\ \alpha=-1-\varepsilon t^2,\ \beta=1+\varepsilon t^2,$
$H_1x=\big(x(a)-\alpha(a)\big)\big(x(a)-\beta(a)\big)=0, \quad H_2x=x'(a)=0.$

Ex17.
1. EL_2.TL01t.*
2. ELL_2.*
3. ELL_2.*

EX18.
1. ELL_2.*

Ex19.
1. EL_1.TL01t.*
2. ELL_1.*
3. ELL_1.*

Ex20.
1. ELL_1.*
2. ELL_1.*
3. ELL_1.*.ст
4. ELL_1.*.ст
5. ELL_1.*

Ex20.3. + 0 0 0. 0 0 0 1. 2 5 8 A B D L L_1
$a=-\pi/2-\varepsilon,\ b=0,\ f=-x,\ \alpha=\sin t,\ \beta=-\sin t,$
$H_1x=x(a)=0, \quad H_2x=\big(x'(b)-\alpha'(b)\big)\big(x'(b)-\beta'(b)\big)=0.$

Ex20.4. + 0 0 0. 0 0 0 1. 3 5 8 A B D L L_1
$a=-\pi/2,\ b=0,\ f=-x,\ \alpha=\sin t,\ \beta=-\sin t,$
$H_1x=x(a)=0, \quad H_2x=\big(x'(b)-\alpha'(b)\big)\big(x'(b)-\beta'(b)\big)=0.$

Ex21.
1. ELL_2.*

Ex22.
1. EL_2.TL01t.*
2. ELL_2.*
3. ELL_2.*

Ex23.
1. ELL_2.*

Ex24.
1. ELL_2.*

Ex25.

1. $\mathrm{ELL_1.TLL_11H.ст'}$

Здесь мы сталкиваемся со случаем, когда теорема $\mathrm{TLL_11H}$ содержит два линейных условия L и $\mathrm{L_2}$. В работе [1] построен пример с условиями L и $\mathrm{L_1}$. Нужно построить пример и с условиями $\mathrm{L_1}$ и $\mathrm{L_2}$.

Ex25.1$'$. + 0 0 0. 0 0 + −. 4 5 8 9 A B D $\mathrm{L_1}$ $\mathrm{L_2}$

$a=-1$, $b=0$, $f=-2x'^3$, $\alpha=(t+4)^{1/2}-2$, $\beta=0$,

$H_1x=x(a)=2\sqrt{2}-3, \quad H_2x=\sqrt{3}x'(a)-2x'(b)=0.$

Решение уравнения (1) $x(t)=(t+C)^{1/2}-C^{1/2}$.

Ex26.

1. $\mathrm{ELL_1L_2}$
2. $\mathrm{ELL_1L_2}$

Ex27.

1. $\mathrm{ELL_2}$.*
2. $\mathrm{ELL_2}$.*
2. $\mathrm{ELL_2}$.*

Ex28.

1. $\mathrm{EL_2}$.TL15H.*.ст
2. $\mathrm{EL_2}$.TL16H.*.ст
3. $\mathrm{EL_2}$.TL13t.*.ст
4. $\mathrm{EL_2}$.TL17H.*.ст
5. $\mathrm{EL_2}$.TL15t.*.ст
6. $\mathrm{EL_2}$.TL12t.*.ст

Ex28.1. 1 0 0 0. 0 + + 0. 3 6 A B C $\mathrm{L_2}$

$a=0$, $b=\pi+\varepsilon$, $f=-2-x$, $t\in[0,\pi)$, $x\le-1$, $f=x$, $t\in[0,\pi)$, $-1\le x\le 1$, $f=2-x$, $t\in[0,\pi)$, $x\ge 1$, $f=x$, $t\in[\pi,\pi+\varepsilon]$, $\alpha=-2$, $t\in[0,\pi]$, $\alpha=-2\operatorname{ch}(t-\pi)$, $t\in[\pi,\pi+\varepsilon]$, $\beta=2$, $t\in[0,\pi]$, $\beta=2\operatorname{ch}(t-\pi)$, $t\in[\pi,\pi+\varepsilon]$,

$H_1x=\big(x(a)-\alpha(a)\big)\big(x(a)-\beta(a)\big)=0, \quad H_2x=\varepsilon x(b)+x'(a)=0.$

Ex28.2. 1 0 0 0. 0 + + 0. 3 7 A B C $\mathrm{L_2}$

$a=0$, $b=\pi+\varepsilon$, $f=-2-x$, $t\in[0,\pi)$, $x\le-1$, $f=x$, $t\in[0,\pi)$, $-1\le x\le 1$, $f=2-x$, $t\in[0,\pi)$, $x\ge 1$, $f=0$, $t\in[\pi,\pi+\varepsilon]$, $\alpha=-2$, $\beta=2$,

$H_1x=\big(x(a)-\alpha(a)\big)\big(x(a)-\beta(a)\big)=0, \quad H_2x=\varepsilon x(b)+x'(a)=0.$

Ex28.3. 1 0 0 0. 0 + + 0. 3 8 A B C $\mathrm{L_2}$

$a=0$, $b=\pi+\varepsilon$, $f=-2-x$, $t\in[0,\pi)$, $x\le-1$, $f=x$, $t\in[0,\pi)$, $-1\le x\le 1$, $f=2-x$, $t\in[0,\pi)$, $x\ge 1$, $f=-x$, $t\in[\pi,\pi+\varepsilon]$, $\alpha=-2$, $t\in[0,\pi]$, $\alpha=-2\cos(t-\pi)$, $t\in[\pi,\pi+\varepsilon]$, $\beta=2$, $t\in[0,\pi]$, $\beta=2\cos(t-\pi)$, $t\in[\pi,\pi+\varepsilon]$,

$H_1x=\big(x(a)-\alpha(a)\big)\big(x(a)-\beta(a)\big)=0, \quad H_2x=\varepsilon x(b)+x'(a)=0.$

Ex28.4. 1 0 0 0. 0 + + 0. 4 6 A B C $\mathrm{L_2}$

$a=-\delta$, $b=\pi+\varepsilon$, $f=x$, $t\in[-\delta,0)$, $f=-2-x$, $t\in[0,\pi)$, $x\le-1$, $f=x$, $t\in[0,\pi)$, $-1\le x\le 1$, $f=2-x$, $t\in[0,\pi)$, $x\ge 1$, $f=x$, $t\in[\pi,\pi+\varepsilon]$, $\alpha=-2\operatorname{ch}t$, $t\in[-\delta,0]$, $\alpha=-2$, $t\in[0,\pi]$, $\alpha=-2\operatorname{ch}(t-\pi)$, $t\in[\pi,\pi+\varepsilon]$, $\beta=2\operatorname{ch}t$, $t\in[-\delta,0]$, $\beta=2$, $t\in[0,\pi]$, $\beta=2\operatorname{ch}(t-\pi)$, $t\in[\pi,\pi+\varepsilon]$,

$H_1x=\big(x(a)-\alpha(a)\big)\big(x(a)-\beta(a)\big)=0, \quad H_2x=\varepsilon x(b)+x'(a)=0.$

Здесь и далее $\delta > 0$ и существенно меньше ε.

Ex28.5. 1 0 0 0. 0 + + 0. 4 7 A B C L_2

$a = -\delta$, $b = \pi + \varepsilon$, $f = x$, $t \in [-\delta, 0)$, $f = -2 - x$, $t \in [0, \pi)$, $x \le -1$, $f = x$, $t \in [0, \pi)$, $-1 \le x \le 1$, $f = 2 - x$, $t \in [0, \pi)$, $x \ge 1$, $f = 0$, $t \in [\pi, \pi + \varepsilon]$, $\alpha = -2 \operatorname{ch} t$, $t \in [-\delta, 0]$, $\alpha = -2$, $t \in [0, \pi + \varepsilon]$, $\beta = 2 \operatorname{ch} t$, $t \in [-\delta, 0]$, $\beta = 2$, $t \in [0, \pi + \varepsilon]$,

$H_1 x = \big(x(a) - \alpha(a)\big)\big(x(a) - \beta(a)\big) = 0, \quad H_2 x = \varepsilon x(b) + x'(a) = 0.$

Ex28.6. 1 0 0 0. 0 + + 0. 4 8 A B C L_2

$a = -\delta$, $b = \pi + \varepsilon$, $f = x$, $t \in [-\delta, 0)$, $f = -2 - x$, $t \in [0, \pi)$, $x \le -1$, $f = x$, $t \in [0, \pi)$, $-1 \le x \le 1$, $f = 2 - x$, $t \in [0, \pi)$, $x \ge 1$, $f = -x$, $t \in [\pi, \pi + \varepsilon]$, $\alpha = -2 \operatorname{ch} t$, $t \in [-\delta, 0]$, $\alpha = -2$, $t \in [0, \pi]$, $\alpha = -2\cos(t - \pi)$, $t \in [\pi, \pi + \varepsilon]$, $\beta = 2 \operatorname{ch} t$, $t \in [-\delta, 0]$, $\beta = 2$, $t \in [0, \pi]$, $\beta = 2\cos(t - \pi)$, $t \in [\pi, \pi + \varepsilon]$,

$H_1 x = \big(x(a) - \alpha(a)\big)\big(x(a) - \beta(a)\big) = 0, \quad H_2 x = \varepsilon x(b) + x'(a) = 0.$

Ex29.
1. ELL$_2$.*.cr
2. ELL$_2$.*.cr
3. ELL$_2$.*.cr
4. ELL$_2$.*.cr
5. ELL$_2$.*.cr
6. ELL$_2$.*.cr
7. ELL$_2$.*.cr
8. ELL$_2$.*.cr
9. ELL$_2$.*.cr

Ex29.1. 1 0 0 0. 0 + − 0. 2 7 9 A C L L_2
$a = -1$, $b = 0$, $f = 0$, $\alpha = -1$, $\beta = 1 - \varepsilon t^2$,
$H_1 x = \big(x(a) - \alpha(a)\big)\big(x(a) - \beta(a)\big) = 0, \quad H_2 x = x(b) - x'(a) = 0.$
Для всех решений, проходящих через $\big(a, \alpha(a)\big)$, значение $H_2 x$ постоянно.

Ex29.2. 1 0 0 0. 0 + − 0. 2 8 9 A C L L_2
$a = -1$, $b = 1$, $f = 0$, $\alpha = -1$, $\beta = 1 - \varepsilon t^2$,
$H_1 x = \big(x(a) - \alpha(a)\big)\big(x(a) - \beta(a)\big) = 0, \quad H_2 x = x(b) - 2x'(a) = 0.$
Для всех решений, проходящих через $\big(a, \alpha(a)\big)$, значение $H_2 x$ постоянно.

Ex29.3. 1 0 0 0. 0 + − 0. 3 8 9 A C L L_2
$a = 0$, $b = 1$, $f = 0$, $\alpha = -1$, $\beta = 1 - \varepsilon t^2$,
$H_1 x = \big(x(a) - \alpha(a)\big)\big(x(a) - \beta(a)\big) = 0, \quad H_2 x = x(b) - x'(a) = 0.$
Для всех решений, проходящих через $\big(a, \alpha(a)\big)$, значение $H_2 x$ постоянно.

Ex29.4. 1 0 0 0. 0 + − 0. 2 7 A B C L L_2
$a = -1$, $b = 0$, $f = -\varepsilon^2 x$, $\alpha = -\cos \varepsilon t$, $\beta = \cos \varepsilon t$,
$H_1 x = \big(x(a) - \alpha(a)\big)\big(x(a) - \beta(a)\big) = 0, \quad H_2 x = \varepsilon x(b) - \sin \varepsilon x'(a) = 0.$
Для всех решений, проходящих через $\big(a, \alpha(a)\big)$, значение $H_2 x$ постоянно.

Ex29.5. 1 0 0 0. 0 + − 0. 2 8 A B C L L_2
$a = -1$, $b = 1$, $f = -\varepsilon^2 x$, $\alpha = -\cos \varepsilon t$, $\beta = \cos \varepsilon t$,
$H_1 x = \big(x(a) - \alpha(a)\big)\big(x(a) - \beta(a)\big) = 0, \quad H_2 x = \varepsilon x(b) - \sin 2\varepsilon x'(a) = 0.$
Для всех решений, проходящих через $\big(a, \alpha(a)\big)$, значение $H_2 x$ постоянно.

Ex29.6. 1 0 0 0. 0 + – 0. 3 8 A B C L L_2
$a = 0$, $b = 1$, $f = -\varepsilon^2 x$, $\alpha = -\cos\varepsilon t$, $\beta = \cos\varepsilon t$,
$H_1 x = \big(x(a) - \alpha(a)\big)\big(x(a) - \beta(a)\big) = 0, \quad H_2 x = \varepsilon x(b) - \sin\varepsilon x'(a) = 0.$
Для всех решений, проходящих через $\big(a, \alpha(a)\big)$, значение $H_2 x$ постоянно.

Ex29.7. 1 0 0 0. 0 + – 0. 2 6 9 A B C L L_2
$a = 0$, $b = 1$, $f = 0$, $\alpha = -1 - \varepsilon t$, $\beta = 1 + \varepsilon t$,
$H_1 x = \big(x(a) - \alpha(a)\big)\big(x(a) - \beta(a)\big) = 0, \quad H_2 x = x(b) - x'(a) = 0.$
Для всех решений, проходящих через $\big(a, \alpha(a)\big)$, значение $H_2 x$ постоянно.

Ex29.8. 1 0 0 0. 0 + – 0. 3 6 9 A B C L L_2
$a = 0$, $b = 1$, $f = \varepsilon^2 x$, $\alpha = -\operatorname{ch}\varepsilon t$, $\beta = \operatorname{ch}\varepsilon t$,
$H_1 x = \big(x(a) - \alpha(a)\big)\big(x(a) - \beta(a)\big) = 0, \quad H_2 x = \varepsilon x(b) - \operatorname{sh}\varepsilon x'(a) = 0.$
Для всех решений, проходящих через $\big(a, \alpha(a)\big)$, значение $H_2 x$ постоянно.

Ex29.9. 1 0 0 0. 0 + – 0. 3 7 9 A B C L L_2
$a = 0$, $b = 1$, $f = 0$, $\alpha = -1$, $\beta = 1$,
$H_1 x = \big(x(a) - \alpha(a)\big)\big(x(a) - \beta(a)\big) = 0, \quad H_2 x = x(b) - x'(a) = 0.$
Для всех решений, проходящих через $\big(a, \alpha(a)\big)$, значение $H_2 x$ постоянно.

Ex30.
1. ELL_2.*.ст
2. ELL_2.*.ст
3. ELL_2.*.ст
4. ELL_2.*.ст
5. ELL_2.*.ст

Ex30.1. 1 0 0 0. 0 + 0 –. 2 6 9 A B C L L_2
$a = 0$, $b = 1$, $f = 0$, $\alpha = -1 - \varepsilon t$, $\beta = 1 + \varepsilon t$,
$H_1 x = \big(x(a) - \alpha(a)\big)\big(x(a) - \beta(a)\big) = 0, \quad H_2 x = x(b) - x'(b) = 0.$
Для всех решений, проходящих через $\big(a, \alpha(a)\big)$, значение $H_2 x$ постоянно.

Ex30.2. 1 0 0 0. 0 + 0 –. 3 6 9 A B C L L_2
$a = 0$, $b = 1$, $f = \varepsilon^2 x$, $\alpha = -\operatorname{ch}\varepsilon t$, $\beta = \operatorname{ch}\varepsilon t$,
$H_1 x = \big(x(a) - \alpha(a)\big)\big(x(a) - \beta(a)\big) = 0, \quad H_2 x = \varepsilon\operatorname{ch}\varepsilon x(b) - \operatorname{sh}\varepsilon x'(b) = 0.$
Для всех решений, проходящих через $\big(a, \alpha(a)\big)$, значение $H_2 x$ постоянно.

Ex30.3. 1 0 0 0. 0 + 0 –. 3 7 9 A B C L L_2
$a = 0$, $b = 1$, $f = 0$, $\alpha = -1$, $\beta = 1$,
$H_1 x = \big(x(a) - \alpha(a)\big)\big(x(a) - \beta(a)\big) = 0, \quad H_2 x = x(b) - x'(b) = 0.$
Для всех решений, проходящих через $\big(a, \alpha(a)\big)$, значение $H_2 x$ постоянно.

Ex30.4. 1 0 0 0. 0 + 0 –. 4 6 9 A B C L L_2
$a = -1$, $b = 1$, $f = \varepsilon^2 x$, $\alpha = -\operatorname{ch}\varepsilon t$, $\beta = \operatorname{ch}\varepsilon t$,
$H_1 x = \big(x(a) - \alpha(a)\big)\big(x(a) - \beta(a)\big) = 0, \quad H_2 x = \varepsilon\operatorname{ch}2\varepsilon x(b) - \operatorname{sh}2\varepsilon x'(b) = 0.$
Для всех решений, проходящих через $\big(a, \alpha(a)\big)$, значение $H_2 x$ постоянно.

Ex30.5. 1 0 0 0. 0 + 0 –. 4 7 9 A B C L L_2
$a = -1$, $b = 0$, $f = \varepsilon^2 x$, $\alpha = -\operatorname{ch}\varepsilon t$, $\beta = \operatorname{ch}\varepsilon t$,
$H_1 x = \big(x(a) - \alpha(a)\big)\big(x(a) - \beta(a)\big) = 0, \quad H_2 x = \varepsilon\operatorname{ch}\varepsilon x(b) - \operatorname{sh}\varepsilon x'(b) = 0.$
Для всех решений, проходящих через $\big(a, \alpha(a)\big)$, значение $H_2 x$ постоянно.

Ex31.
1. EL_2.TL15H.*.ст
2. EL_2.TL17H.*.ст

Ex31.1. 1 0 0 0. 0 0 + +. 3 6 A B C L_2
$a=0$, $b=2\pi$, $f=-2-x$, $t\in[0,\pi)$, $x\le -1$, $f=x$, $t\in[0,\pi)$, $-1\le x\le 1$, $f=2-x$, $t\in[0,\pi)$, $x\ge 1$, $f=x$, $t\in[\pi,2\pi]$, $\alpha=-2$, $t\in[0,\pi]$, $\alpha=-2\operatorname{ch}(t-\pi)$, $t\in[\pi,2\pi]$, $\beta=2$, $t\in[0,\pi]$, $\beta=2\operatorname{ch}(t-\pi)$, $t\in[\pi,2\pi]$,
$H_1x=\big(x(a)-\alpha(a)\big)\big(x(a)-\beta(a)\big)=0,\quad H_2x=x'(a)+\varepsilon x'(b)=0.$

Ex31.2. 1 0 0 0. 0 0 + +. 4 6 A B C L_2
$a=-\delta$, $b=2\pi$, $f=x$, $t\in[-\delta,0)$, $f=-2-x$, $t\in[0,\pi)$, $x\le -1$, $f=x$, $t\in[0,\pi)$, $-1\le x\le 1$, $f=2-x$, $t\in[0,\pi)$, $x\ge 1$, $f=x$, $t\in[\pi,2\pi]$, $\alpha=-2\operatorname{ch}t$, $t\in[-\delta,0]$, $\alpha=-2$, $t\in[0,\pi]$, $\alpha=-2\operatorname{ch}(t-\pi)$, $t\in[\pi,2\pi]$, $\beta=2\operatorname{ch}t$, $t\in[-\delta,0]$, $\beta=2$, $t\in[0,\pi]$, $\beta=\operatorname{ch}(t-\pi)$, $t\in[\pi,2\pi]$,
$H_1x=\big(x(a)-\alpha(a)\big)\big(x(a)-\beta(a)\big)=0,\quad H_2x=x'(a)+\varepsilon x'(b)=0.$

Ex32.
1. ELL_2.*.ст
2. ELL_2.*.ст

Ex32.1. 1 0 0 0. 0 0 – +. 2 6 9 A B C L L_2
$a=\varepsilon$, $b=1$, $f=x$, $\alpha=-\operatorname{ch}t$, $\beta=\operatorname{ch}t$,
$H_1x=\big(x(a)-\alpha(a)\big)\big(x(a)-\beta(a)\big)=0,\quad H_2x=-\operatorname{ch}(1-\varepsilon)x'(a)+x'(b)=0.$
Для всех решений, проходящих через $\big(a,\alpha(a)\big)$, значение H_2x постоянно.

Ex32.2. 1 0 0 0. 0 0 – +. 3 6 9 A B C L L_2
$a=0$, $b=1$, $f=x$, $\alpha=-\operatorname{ch}t$, $\beta=\operatorname{ch}t$,
$H_1x=\big(x(a)-\alpha(a)\big)\big(x(a)-\beta(a)\big)=0,\quad H_2x=-\operatorname{ch}1x'(a)+x'(b)=0.$
Для всех решений, проходящих через $\big(a,\alpha(a)\big)$, значение H_2x постоянно.

Ex33.
1. ELL_2.*

Ex34.
1. ELL_1.*
2. ELL_1.*

Ex35.
1. EL_1L_2.TL01t
2. EL_1L_2.$TLL_1$1.ст′
3. EL_1L_2.$TLL_1$1.ст′

Ex35.2′. + 0 + 0. + 0 0 0. 4 5 8 9 A B C L L_2
$a=0$, $b=1$, $f=0$, $\alpha=t-1$, $\beta=1-t$,
$H_1x=x(a)+x'(a)+\varepsilon p\big(x(a),\alpha(a),\beta(a)\big)=0,\quad H_2x=x(a)=0.$
Здесь и далее $p(x,y,z)=\min\{|x-y|,|x-z|\}$.

Ex35.3′. + 0 + 0. + 0 0 0. 4 6 9 A B C L L_2
$a=-1$, $b=1$, $f=x$, $\alpha=0$, $\beta=\operatorname{ch}t$,
$H_1x=\varphi\big(x(a)\big)+\operatorname{cth}1x'(a)=0,\quad H_2x=x(a)=0.5\operatorname{ch}1,$
где $\varphi(x)=0$, $x\in(-\infty,0.5\operatorname{ch}1]$, $\varphi(x)=2x-ch1$, $x\in[0.5\operatorname{ch}1,\infty)$.

Ex36.
1. $\mathrm{ELL_1L_2}$
2. $\mathrm{ELL_1L_2}$
3. $\mathrm{ELL_1L_2}$
4. $\mathrm{ELL_1L_2}$
5. $\mathrm{ELL_1L_2}$

Ex37.
1. $\mathrm{EL_1L_2.TL01t}$
2. $\mathrm{EL_1L_2.TLL_11.}$ст$'$
3. $\mathrm{EL_1L_2.TLL_11.}$ст$'$

Ex37.2$'$. + 0 + 0. 0 0 – 0. 4 5 8 9 A B C L $\mathrm{L_2}$
$a=0,\ b=1,\ f=0,\ \alpha=t-1,\ \beta=1-t,$
$H_1x=x(a)+x'(a)+\varepsilon p\bigl(x(a),\alpha(a),\beta(a)\bigr)=0,\quad H_2x=-x'(a)=0.$

Ex37.3$'$. + 0 + 0. 0 0 – 0. 4 6 9 A B C L $\mathrm{L_2}$
$a=-1,\ b=1,\ f=x,\ \alpha=0,\ \beta=\operatorname{ch}t,$
$H_1x=\varphi\bigl(x(a)\bigr)+\operatorname{cth}1x'(a)=0,\quad H_2x=-x'(a)=-\beta'(a)-\varepsilon,$
где $\varphi(x)=\operatorname{ch}1x$, $x\in(-\infty,1]$, $\varphi(x)=\operatorname{ch}1$, $x\in[1,\infty)$ и для $y=\operatorname{ch}(t+1)-\operatorname{sh}1\operatorname{sh}(t+1)$, $y(1)=\operatorname{ch}2-\operatorname{sh}1\operatorname{sh}2=-0.5001<0$.

Ex38.
1. $\mathrm{ELL_1L_2}$
2. $\mathrm{ELL_1L_2}$

Ex39.
1. $\mathrm{ELL_2.TLL_11.}$ст$'$

Ex39.1$'$. + 0 + 0. 0 0 0 –. 4 5 8 9 A B C $\mathrm{L_1}$ $\mathrm{L_2}$
$a=-1,\ b=0,\ f=-2x'^3,\ \alpha=(t+4)^{1/2}-2,\ \beta=0,$
$H_1x=x(a)/2\sqrt{3}+(2-\sqrt{3})x'(a)=0,\quad H_2x=-x'(b)=-0.1\sqrt{5}.$

Ex40.
1. $\mathrm{ELL_1L_2}$
2. $\mathrm{ELL_1L_2}$
3. $\mathrm{EL_1L_2.TLL_11.}$ст$'$
4. $\mathrm{EL_1L_2.TLL_11.}$ст$'$

Ex40.3$'$. + 0 0 +. + 0 0 0. 2 5 8 A B C L $\mathrm{L_2}$
$a=-\varepsilon,\ b=\pi/2,\ f=-x,\ \alpha=-\cos t,\ \beta=\cos t,$
$H_1x=x(a)+\cos\varepsilon x'(b)+\varepsilon p\bigl(x(a),\alpha(a),\beta(a)\bigr)=0,\quad H_2x=x(a)=0.$

Ex40.4$'$. + 0 0 +. + 0 0 0. 3 5 8 A B C L $\mathrm{L_2}$
$a=0,\ b=\pi/2,\ f=-x,\ \alpha=-\cos t,\ \beta=\cos t,$
$H_1x=x(a)+x'(b)+\varepsilon p\bigl(x(a),\alpha(a),\beta(a)\bigr)=0,\quad H_2x=x(a)=0.$

Ex41.
1. $\mathrm{ELL_2.TLL_11.}$ст$'$

Ex41.1$'$. + 0 0 +. + 0 0 0. 4 5 8 9 A B C $\mathrm{L_1}$ $\mathrm{L_2}$
$a=-1,\ b=0,\ f=-x'^3,\ \alpha=(t+4)^{1/2}-2,\ \beta=0,$

$H_1x = x(a) + (8 - 4\sqrt{3})x'(b) = 0, \quad H_2x = x(a) = 2\sqrt{2} - 3.$

Ex42.
1. $\mathrm{ELL_1L_2}$
2. $\mathrm{ELL_1L_2}$
3. $\mathrm{ELL_1L_2}$

Ex43.
1. $\mathrm{ELL_1}$.*.ст
2. $\mathrm{ELL_1L_2}$.ст
3. $\mathrm{ELL_1}$.*.ст

Ex43.1. + 0 0 +. 0 0 + 0. 2 5 8 9 C D L $\mathrm{L_1}$
$a = -3,\ b = 0,\ f = 0,\ \alpha = \max\{-1 - \varepsilon(t+3), t\},\ \beta = \min\{2, -t\},$
$H_1x = x(a) + 1.5x'(b) = 0.5, \quad H_2x = \gamma\big(x'(a), \varepsilon\big) = 0,$
где здесь и далее $\gamma(x, y) = x + |y|,\ x \in (-\infty, -|y|),\ \gamma(x, y) = 0,\ x \in \big[-|y|, |y|\big],$ $\gamma(x, y) = x - |y|,\ x \in \big(|y|, \infty\big).$

Ex43.2. + 0 0 +. 0 0 + 0. 3 5 8 9 C D L $\mathrm{L_1}$ $\mathrm{L_2}$
$a = -3,\ b = 0,\ f = 0,\ \alpha = \max\{-1,\ t\},\ \beta = \min\{2, -t\},$
$H_1x = x(a) + 1.5x'(b) = 0.5, \quad H_2x = x'(a) = 0.$

Ex43.3. + 0 0 +. 0 0 + 0. 4 5 8 9 C D L $\mathrm{L_1}$
$a = -3,\ b = 0,\ f = 0,\ \alpha = \max\{-1 + \varepsilon(t+3),\ t\},\ \beta = \min\{2, -t\},$
$H_1x = x(a) + 1.5x'(b) = 0.5, \quad H_2x = \gamma\big(x'(a), \varepsilon\big) = 0.$

Ex44.
1. $\mathrm{ELL_2.TLL_11}$.ст$'$

Ex44.1$'$. + 0 0 +. 0 0 – 0. 4 5 8 9 A B C $\mathrm{L_1}$ $\mathrm{L_2}$
$a = -1,\ b = 0,\ f = -2x'^3,\ \alpha = (t+4)^{1/2} - 2,\ \beta = 0,$
$H_1x = x(a) + (8 - 4\sqrt{3})x'(b) = 0, \quad H_2x = -x'(a) = -1/4.$

Ex45.
1. $\mathrm{ELL_2.TLL_11}$.ст$'$

Ex45.1$'$. + 0 0 +. 0 0 0 –. 4 5 8 9 A B C $\mathrm{L_1}$ $\mathrm{L_2}$
$a = -1,\ b = 0,\ f = -2x'^3,\ \alpha = (t+4)^{1/2} - 2,\ \beta = 0,$
$H_1x = x(a) + (8 - 4\sqrt{3})x'(b) = 0, \quad H_2x = -x'(b) = -1/6.$

Ex46.
1. $\mathrm{ELL_2.TLL_11}$.ст$'$

Ex46.1$'$. 0 0 + –. 0 0 + 0. 1 2 6 9 A B C $\mathrm{L_1}$ $\mathrm{L_2}$
$a = 0,\ b = 1,\ f = 2x'^3,\ x = (c-t)^{1/2} - c^{1/2},\ \alpha = (4-t)^{1/2} - 2,\ \beta = 0,$
$H_1x = 2x'(a) - \sqrt{3}x'(b) = 0, \quad H_2x = x'(a) = -1/6.$

Ex47.
1. $\mathrm{ELL_2.TLL_11.1}$ст$'$

Ex47.1$'$. 0 0 + –. 0 0 – 0. 4 5 8 9 A B C $\mathrm{L_1}$ $\mathrm{L_2}$
$a = -1,\ b = 0,\ f = -2x'^3,\ \alpha = (t+4)^{1/2} - 2,\ \beta = 0,$
$H_1x = \sqrt{3}x'(a) - 2x'(b) = 0, \quad H_2x = -x'(a) = -1/4.$

Ex48.
1. EL_1.TL01.*
2. ELL_1.*
3. ELL_1.*

Ex49.
1. ELL_1.*
2. ELL_1.*

Ex50.
1. ELL_2.*
2. ELL_2.*.ст
3. ELL_2.*
4. ELL_2.*
5. ELL_2.*
6. ELL_2.*
7. ELL_2.*

Ex50.2. 1 0 1 0. 0 + 0 0. 3 8 A B C L L_2
$a = 0$, $b = 1$, $f = -x$, $\alpha = -\cos t$, $\beta = \cos t$,
$H_1 x = \Big(\big|x(a) - \alpha(a)\big| + \big|x'(a) - \alpha'(a)\big|\Big)\Big(\big|x(a) - \beta(a)\big| + \big|x'(a) - \beta'(a)\big|\Big) = 0,$
$H_2 x = x(b) = 0.$

Ex51.
1. ELL_2.*
2. ELL_2.*

Ex52.
1. ELL_2.*
2. ELL_2.*
3. ELL_2.*

Ex53.
1. ELL_2.*.ст
2. ELL_2.*.ст
3. ELL_2.*.ст
4. ELL_2.*.ст
5. ELL_2.*.ст
6. ELL_2.*.ст

Ex53.1. 1 0 0 0. + − 0 +. 2 6 9 C D L L_2
$a = 0$, $b = 1$, $f = x$, $\alpha = -1 - \varepsilon t$, $\beta = 1 + \varepsilon t$,
$H_1 x = \big(x(a) - \alpha(a)\big)\big(x(a) - \beta(a)\big) = 0, \quad H_2 x = p_1 x(a) - p_2 x(b) + p_3 x'(b) = H_2 \alpha,$
где p_1, p_2, p_3 определяются из условий $H_2\alpha = H_2\beta$, $H_2 \operatorname{sh} t = 0$.

Ex53.2. 1 0 0 0. + − 0 +. 2 7 9 C D L L_2
$a = 0$, $b = 1$, $f = x$, $\alpha = -1 + \varepsilon(t-1)^2$, $\beta = 1 - \varepsilon(t-1)^2$,
$H_1 x = \big(x(a) - \alpha(a)\big)\big(x(a) - \beta(a)\big) = 0, \quad H_2 x = p_1 x(a) - p_2 x(b) + p_3 x'(b) = H_2 \alpha,$
где p_1, p_2, p_3 определяются из условий $H_2\alpha = H_2\beta$, $H_2 \operatorname{sh} t = 0$.

Ex53.3. 1 0 0 0. + − 0 +. 3 6 9 C D L L_2

$a = 0$, $b = 1$, $f = x$, $\alpha = -1 - \varepsilon t^2$, $\beta = 1 + \varepsilon t^2$,
$H_1 x = \big(x(a) - \alpha(a)\big)\big(x(a) - \beta(a)\big) = 0, \quad H_2 x = p_1 x(a) - p_2 x(b) + p_3 x'(b) = H_2\alpha$,
где p_1, p_2, p_3 определяются из условий $H_2\alpha = H_2\beta$, $H_2 \operatorname{sh} t = 0$.

Ex53.4. 1 0 0 0. + − 0 +. 3 7 9 C D L L_2
$a = 0$, $b = 1$, $f = x$, $\alpha = -1$, $\beta = 1$,
$H_1 x = \big(x(a) - \alpha(a)\big)\big(x(a) - \beta(a)\big) = 0, \quad H_2 x = \operatorname{ch} 1 x(a) - \operatorname{ch} 1 x(b) + \operatorname{sh} 1 x'(b) = 0$,
$H_2 \operatorname{sh} t = 0$.

Ex53.5. 1 0 0 0. + − 0 +. 4 6 9 C D L L_2
$a = 0$, $b = 1$, $f = x$, $\alpha = -1 - \varepsilon(t^2 - t)$, $\beta = 1 + \varepsilon(t^2 - t)$,
$H_1 x = \big(x(a) - \alpha(a)\big)\big(x(a) - \beta(a)\big) = 0, \quad H_2 x = p_1 x(a) - p_2 x(b) + p_3 x'(b) = H_2\alpha$,
где p_1, p_2, p_3 определяются из условий $H_2\alpha = H_2\beta$, $H_2 \operatorname{sh} t = 0$.

Ex53.6. 1 0 0 0. + − 0 +. 4 7 9 C D L L_2
$a = 0$, $b = 1$, $f = x$, $\alpha = -1 - \varepsilon(t-1)^2$, $\beta = 1 + \varepsilon(t-1)^2$,
$H_1 x = \big(x(a) - \alpha(a)\big)\big(x(a) - \beta(a)\big) = 0$, $H_2 x = p_1 x(a) - p_2 x(b) + p_3 x'(b) = H_2\alpha$,
где p_1, p_2, p_3 определяются из условий $H_2\alpha = H_2\beta$, $H_2 \operatorname{sh} t = 0$.

Ex54.
1. $\mathrm{ELL_2.TLL_1 1.ст'}$
2. $\mathrm{ELL_2.TLL_1 1.ст'}$
3. $\mathrm{ELL_2.TLL_1 1.?}$

Ex54.1′. + − + 0. + 0 0 0. 2 6 9 A B C L_1 L_2
$a = \varepsilon$, $b = 1$, $f = 4x$, $x \le 0$, $f = x$, $x \ge 0$, $\alpha = -\operatorname{ch} 2t$, $\beta = \operatorname{ch} t$,
$H_1 x = x(a) - p_1 x(b) + p_2 x'(a) = H_1\alpha, \quad H_2 x = x(a) = 0$,
где p_1, p_2 находяься из условий $H_1\alpha = H_1\beta$, $H_1 \operatorname{sh} 2(t - \varepsilon) = 0$. Тогда $H_1 \operatorname{cth}(1 - \varepsilon) \operatorname{sh}(t - \varepsilon) < H_1\alpha$.

Ex54.2′. + − + 0. + 0 0 0. 3 6 9 A B C L_1 L_2
$a = 0$, $b = 1$, $f = 4x$, $x \le 0$, $f = x$, $x \ge 0$, $\alpha = -\operatorname{ch} 2t$, $\beta = \operatorname{ch} t$,
$H_1 x = x(a) - p_1 x(b) + p_2 x'(a) = H_1\alpha = 0.4183, \quad H_2 x = x(a) = 0$.
Из $H_1\alpha = H_1\beta$ следует $p_1 = 2/(\operatorname{ch} 1 + \operatorname{ch} 2) = 0.3770$. Из $H_1 \operatorname{sh} 2t = 0$ следует $p_2 = p_1 \operatorname{sh} 2/2 = 0.6836$. Тогда $H_1 \operatorname{cth} 1 \operatorname{sh} t = 0.3159 < H_1\alpha$.

Ex54.3′. + − + 0. + 0 0 0. 3 7 9 A B C L_1 L_2
В этом случае не удалось установить является это утверждение теоремой или примером.

Ex55.
1. $\mathrm{ELL_1L_2}$
2. $\mathrm{EL_1L_2.TLL_1 1.ст'}$

Ex55.2′. + − + 0. 0 + 0 0. 3 8 A B C L L_2
$a = 0$, $b = 1$, $f = -\varepsilon^2 x$, $\alpha = -\cos\varepsilon t$, $\beta = \cos\varepsilon t$,
$H_1 x = \varepsilon\cos\varepsilon x(a) - \varepsilon x(b) + \sin\varepsilon x'(a) + \varepsilon^2 p\big(x(b), \alpha(b), \beta(b)\big) = 0, \quad H_2 x = x(b) = 0$.
Для $Hx = \varepsilon\cos\varepsilon x(a) - \varepsilon x(b) + \sin\varepsilon x'(a)$ справедливо $H \sin\varepsilon(t-1) = 0$.

Ex56.
1. $\mathrm{ELL_2.TLL_1 1.ст'}$
2. $\mathrm{ELL_2.TLL_1 1.?}$

3. $\mathrm{ELL_2.TLL_1 1.ст'}$
4. $\mathrm{ELL_2.TLL_1 1.ст'}$
5. $\mathrm{ELL_2.TLL_1 1.ст'}$

Ex56.1′. + − + 0. 0 + 0 0. 3 6 9 A B C $\mathrm{L_1}$ $\mathrm{L_2}$
$a = 0,\ b = 1,\ f = 4x,\ x \le 0,\ f = x,\ x \ge 0,\ \alpha = -\operatorname{ch} 2t,\ \beta = \operatorname{ch} t,$
$H_1 x = x(a) - p_1 x(b) + p_2 x'(a) = H_1\alpha = 0.4183, \quad H_2 x = x(b) = 0.$
Из $H_1\alpha = H_1\beta$ следует $p_1 = 2/(\operatorname{ch} 1 + \operatorname{ch} 2) = 0.3770$, а из $H_1 \operatorname{sh} 2(t-1) = 0$ следует $p_2 = \operatorname{th} 2/2 = 0.4820$. Тогда $H_1 \operatorname{sh}(1-t)/\operatorname{sh} 1 = 0.3671 < H_1\alpha$.

TEx56.2′. + − + 0. 0 + 0 0. 3 7 9 A B C $\mathrm{L_1}$ $\mathrm{L_2}$
Для этого утверждения не удалось установить является оно теоремой или примером.

Ex56.3′. + − + 0. 0 + 0 0. 4 6 9 A B C $\mathrm{L_1}$ $\mathrm{L_2}$
$a = -\varepsilon,\ b = 1,\ f = 4x,\ x \le 0,\ f = x,\ x \ge 0,\ \alpha = -\operatorname{ch} 2t,\ \beta = \operatorname{ch} t,$
$H_1 x = x(a) - p_1 x(b) + p_2 x'(a) = H_1\alpha, \quad H_2 x = x(b) = 0,$
где p_1, p_2 находятся из условий $H_1\alpha = H_1\beta$, $H_1 \operatorname{sh} 2(t-1) = 0$. Тогда $H_1 \operatorname{sh}(1-t)/\operatorname{sh}(1+\varepsilon) < H_1\alpha$.

Ex56.4′. + − + 0. 0 + 0 0. 4 7 9 A B C $\mathrm{L_1}$ $\mathrm{L_2}$
$a = -1,\ b = 0,\ f = 4x,\ x \le 0,\ f = x,\ x \ge 0,\ \alpha = -\operatorname{ch} 2t,\ \beta = \operatorname{ch} t,$
$H_1 x = x(a) - p_1 x(b) + 0.55 x'(a) = H_1\alpha = 0.5621, \quad H_2 x = x(b) = 0.$
Из $H_1\alpha = H_1\beta$ следует $p_1 = 0.3347$. Тогда $H_1 - \operatorname{cth} 1 \operatorname{sh} t = 0.4287 < H_1\alpha$ и $H_1 \operatorname{cth} 2 \operatorname{sh} 2t = 0.5306 < H_1\alpha$.

Ex56.5′. + − + 0. 0 + 0 0. 4 8 9 A B C $\mathrm{L_1}$ $\mathrm{L_2}$
$a = -1,\ b = -\varepsilon,\ f = 4x,\ x \le 0,\ f = x,\ x \ge 0,\ \alpha = -\operatorname{ch} 2t,\ \beta = \operatorname{ch} t,$
$H_1 x = x(a) - p_1 x(b) + 0.55 x'(a) = H_1\alpha, \quad H_2 x = x(b) = 0.$
Из $H_1\alpha = H_1\beta$ находится p_1. Тогда $H_1 - \operatorname{cth} 1 \operatorname{sh}(t+\varepsilon) < H_1\alpha$ и $H_1 \operatorname{cth} 2 \operatorname{sh} 2(t+\varepsilon) < H_1\alpha$.

Ex57.
1. $\mathrm{ELL_2.TLL_1 1.ст'}$
2. $\mathrm{ELL_2.TLL_1 1.ст'}$

Ex57.1′. + − + 0. 0 0 0 +. 3 6 9 A B C $\mathrm{L_1}$ $\mathrm{L_2}$
$a = 0,\ b = 1,\ f = 4x,\ x \le 0,\ f = x,\ x \ge 0,\ \alpha = -\operatorname{ch} 2t,\ \beta = \operatorname{ch} t,$
$H_1 x = x(a) - p_1 x(b) + p_2 x'(a) = H_1\alpha = 0.4183, \quad H_2 x = x'(b) = 0.$
Из $H_1\alpha = H_1\beta$ следует $p_1 = 0.3770$, а из $H_1 \operatorname{ch} 2(t-1) = 0$ следует $p_2 = 0.4667$. Тогда $H_1 \operatorname{ch}(t-1)/\operatorname{ch} 1 = 0.4003 < H_1\alpha$.

Ex57.2′. + − + 0. 0 0 0 +. 4 6 9 A B C $\mathrm{L_1}$ $\mathrm{L_2}$
$a = -\varepsilon,\ b = 1,\ f = 4x,\ x \le 0,\ f = x,\ x \ge 0,\ \alpha = -\operatorname{ch} 2t,\ \beta = \operatorname{ch} t,$
$H_1 x = x(a) - p_1 x(b) + p_2 x'(a) = H_1\alpha, \quad H_2 x = x'(b) = 0,$
где p_1, p_2 определяются из условий $H_1\alpha = H_1\beta$, $H_1 \operatorname{ch} 2(t-1) = 0$. Тогда $H_1 \operatorname{ch}(t-1)/\operatorname{ch}(1+\varepsilon) < H_1\alpha$.

Ex58.
1. $\mathrm{ELL_1.{*}.ст}$
2. $\mathrm{ELL_1L_2.ст}$
3. $\mathrm{ELL_1.{*}.ст}$

4. $\mathrm{ELL_1.*.}$ст
5. $\mathrm{ELL_1L_2.*.}$ст
6. $\mathrm{ELL_1.*.}$ст

Ex58.1. $+ - + 0.\ 0\ 0\ 0\ +.\ 3\ 6\ 9$ C D L $\mathrm{L_1}$
$a = -1$, $b = 1$, $f = x$, $\alpha = t - 1$, $\beta = t + 1 + \varepsilon(t + 1)^2$,
$H_1 x = x(a) - p_1 x(b) + p_2 x'(a) = H_1\alpha, \quad H_2 x = \gamma\big(x'(b) - 1, 4\varepsilon\big) = 0$,
где p_1, p_2 находятся из условий $H_1\alpha = H_1\beta$, $H_1 \operatorname{ch}(t - 1) = 0$. Тогда $H_1 \operatorname{sh}(t + 1)/\operatorname{ch} 2 > H_1\alpha$.

Ex58.2. $+ - + 0.\ 0\ 0\ 0\ +.\ 3\ 7\ 9$ C D L $\mathrm{L_1}$ $\mathrm{L_2}$
$a = -1$, $b = 1$, $f = x$, $\alpha = t - 1$, $\beta = t + 1$,
$H_1 x = x(a) - p_1 x(b) + p_2 x'(a) = H_1\alpha = -1.2384, \quad H_2 x = x'(b) = 1$.
Из $H_1\alpha = H_1\beta$ следует $p_1 = 1$, а из $H_1 \operatorname{ch}(t - 1) = 0$ следует $p_2 = (\operatorname{ch} 2 - 1)/\operatorname{sh} 2 = 0.7616$. Тогда $H_1 \operatorname{sh}(t + 1)/\operatorname{ch} 2 = -0.7617 > H_1\alpha$.

Ex58.3. $+ - + 0.\ 0\ 0\ 0\ +.\ 3\ 8\ 9$ C D L $\mathrm{L_1}$
$a = -1$, $b = 1$, $f = x$, $\alpha = t - 1$, $\beta = t + 1 - \varepsilon(t + 1)^2$,
$H_1 x = x(a) - p_1 x(b) + p_2 x'(a) = H_1\alpha, \quad H_2 x = \gamma\big(x'(b) - 1, 4\varepsilon\big) = 0$,
где p_1, p_2 находятся из условий $H_1\alpha = H_1\beta$, $H_1 \operatorname{ch}(t - 1) = 0$. Тогда $H_1 \operatorname{sh}(t + 1)/\operatorname{ch} 2 > H_1\alpha$.

Ex58.4. $+ - + 0.\ 0\ 0\ 0\ +.\ 4\ 6\ 9$ C D L $\mathrm{L_1}$
$a = -1$, $b = 1$, $f = x$, $\alpha = t - 1 - \varepsilon(t - 1)^2$, $\beta = t + 1 + \varepsilon(t + 1)^2$,
$H_1 x = x(a) - p_1 x(b) + p_2 x'(a) = H_1\alpha, \quad H_2 x = \gamma\big(x'(b) - 1, 4\varepsilon\big) = 0$,
где p_1, p_2 находятся из условий $H_1\alpha = H_1\beta$, $H_1 \operatorname{ch}(t - 1) = 0$. Тогда $H_1 \operatorname{sh}(t + 1)/\operatorname{ch} 2 > H_1\alpha$.

Ex58.5. $+ - + 0.\ 0\ 0\ 0\ +.\ 4\ 7\ 9$ C D L $\mathrm{L_1}$ $\mathrm{L_2}$
$a = -1$, $b = 1$, $f = x$, $\alpha = t - 1 - \varepsilon(t - 1)^2$, $\beta = t + 1$,
$H_1 x = x(a) - p_1 x(b) + p_2 x'(a) = H_1\alpha, \quad H_2 x = x'(b) = 1$,
где p_1, p_2 находятся из условий $H_1\alpha = H_1\beta$, $H_1 \operatorname{ch}(t - 1) = 0$. Тогда $H_1 \operatorname{sh}(t + 1)/\operatorname{ch} 2 > H_1\alpha$.

Ex58.6. $+ - + 0.\ 0\ 0\ 0\ +.\ 4\ 8\ 9$ C D L $\mathrm{L_1}$
$a = -1$, $b = 1$, $f = x$, $\alpha = t - 1 - \varepsilon(t - 1)^2$, $\beta = t + 1 - \varepsilon(t + 1)^2$,
$H_1 x = x(a) - p_1 x(b) + p_2 x'(a) = H_1\alpha, \quad H_2 x = \gamma\big(x'(b) - 1, 4\varepsilon\big) = 0$,
где p_1, p_2 находятся из условий $H_1\alpha = H_1\beta$, $H_1 \operatorname{ch}(t - 1) = 0$. Тогда $H_1 \operatorname{sh}(t + 1)/\operatorname{ch} 2 > H_1\alpha$.

Ex59.
1. $\mathrm{ELL_2.TLL_1 1.}$ст$'$
2. $\mathrm{ELL_2.TLL_1 1.}$ст$'$

Ex59.1$'$. $+ 0 + -.\ + 0\ 0\ 0.\ 2\ 6\ 9$ A B C $\mathrm{L_1}$ $\mathrm{L_2}$
$a = \varepsilon$, $b = 1$, $f = 4x$, $x \le 0$, $f = x$, $x \ge 0$, $\alpha = -\operatorname{ch} 2t$, $\beta = \operatorname{ch} t$,
$H_1 x = x(a) + p_1 x'(a) - p_2 x'(b) = H_1\alpha, \quad H_2 x = x(a) = 0$,
где p_1, p_2 находятся из условий $H_1\alpha = H_1\beta$, $H_1 \operatorname{sh} 2t = 0$. Тогда $H_1 \operatorname{sh} t \operatorname{cth}(1 - \varepsilon) < H_1\alpha$.

Ex59.2$'$. $+ 0 + -.\ + 0\ 0\ 0.\ 3\ 6\ 9$ A B C $\mathrm{L_1}$ $\mathrm{L_2}$

$a = 0$, $b = 1$, $f = 4x$, $x \le 0$, $f = x$, $x \ge 0$, $\alpha = -\operatorname{ch} 2t$, $\beta = \operatorname{ch} t$,
$H_1 x = x(a) + p_1 x'(a) - p_2 x'(b) = H_1\alpha = 0,7212$, $\quad H_2 x = x(a) = 0$.
Из $H_1\alpha = H_1\beta$ следует $p_2 = 0.2373$, а из $H_1 \operatorname{sh} 2t = 0$ следует $p_1 = 0.8927$. Тогда $H_1 \operatorname{sh} t \operatorname{cth} 1 = 0.6913 < H_1\alpha$.

Ex60.
1. $\mathrm{ELL}_2.\mathrm{TLL}_1 1.\text{ст}'$
2. $\mathrm{ELL}_2.\mathrm{TLL}_1 1.\text{ст}'$
3. $\mathrm{ELL}_2.\mathrm{TLL}_1 1.\text{ст}'$
4. $\mathrm{ELL}_2.\mathrm{TLL}_1 1.\text{ст}'$

Ex60.1$'$. $+$ 0 $+$ $-$. 0 $+$ 0 0. 3 6 9 A B C L_1 L_2
$a = 0$, $b = 1$, $f = 4x$, $x \le 0$, $f = x$, $x \ge 0$, $\alpha = -\operatorname{ch} 2t$, $\beta = \operatorname{ch} t$,
$H_1 x = x(a) + 0.6x'(a) - p_2 x'(b) = H_1\alpha = 0,7212$, $\quad H_2 x = x(b) = 0$.
Из $H_1\alpha = H_1\beta$ следует $p_2 = 0.2373$. Тогда $H_1 \operatorname{sh}(1-t)/\operatorname{sh} 1 = 0.4141 < H_1\alpha$, $H_1 \operatorname{sh} 2(t-1)/\operatorname{sh} 2 = 0.1139 < H_1\alpha$.

Ex60.2$'$. $+$ 0 $+$ $-$. 0 $+$ 0 0. 4 6 9 A B C L_1 L_2
$a = -\varepsilon$, $b = 1$, $f = 4x$, $x \le 0$, $f = x$, $x \ge 0$, $\alpha = -\operatorname{ch} 2t$, $\beta = \operatorname{ch} t$,
$H_1 x = x(a) + 0.6x'(a) - p_2 x'(b) = H_1\alpha$, $\quad H_2 x = x(b) = 0$,
где p_2 находится из условий $H_1\alpha = H_1\beta$ Тогда $H_1 \operatorname{sh}(1-t)/\operatorname{sh}(1+\varepsilon) < H_1\alpha$, $H_1 \operatorname{sh} 2(t-1)/\operatorname{sh}(2+2\varepsilon) < H_1\alpha$.

Ex60.3$'$. $+$ 0 $+$ $-$. 0 $+$ 0 0. 4 7 9 A B C L_1 L_2
$a = -1$, $b = 0$, $f = 4x$, $x \le 0$, $f = x$, $x \ge 0$, $\alpha = -\operatorname{ch} 2t$, $\beta = \operatorname{ch} t$,
$H_1 x = x(a) + p_1 x'(a) - 0.4x'(b) = H_1\alpha = 0.8034$, $\quad H_2 x = x(b) = 0$.
Из $H_1\alpha = H_1\beta$ следует $p_1 = 0.6294$. Тогда $H_1 - \operatorname{sh} t \operatorname{cth} 1 = 0.7930 < H_1\alpha$, $H_1 \operatorname{sh} 2t \operatorname{cth} 2 = 0.3206 < H_1\alpha$.

Ex60.4$'$. $+$ 0 $+$ $-$. 0 $+$ 0 0. 4 8 9 A B C L_1 L_2
$a = -1$, $b = -\varepsilon$, $f = 4x$, $x \le 0$, $f = x$, $x \ge 0$, $\alpha = -\operatorname{ch} 2t$, $\beta = \operatorname{ch} t$,
$H_1 x = x(a) + p_1 x'(a) - 0.4x'(b) = H_1\alpha$, $\quad H_2 x = x(b) = 0$,
где p_1 находится из условия $H_1\alpha = H_1\beta$. Тогда $H_1 - \operatorname{sh}(t+\varepsilon) \operatorname{cth}(1-\varepsilon) < H_1\alpha$, $H_1 \operatorname{sh} 2(t+\varepsilon) \operatorname{cth} 2(1-\varepsilon) < H_1\alpha$.

Ex61.
1. $\mathrm{ELL}_2.\mathrm{TLL}_1 1.\text{ст}'$
2. $\mathrm{ELL}_2.\mathrm{TLL}_1 1.\text{ст}'$

Ex61.1$'$. $+$ 0 $+$ $-$. 0 0 0 $+$. 3 6 9 A B C L_1 L_2
$a = 0$, $b = 1$, $f = 4x$, $x \le 0$, $f = x$, $x \ge 0$, $\alpha = -\operatorname{ch} 2t$, $\beta = \operatorname{ch} t$,
$H_1 x = x(a) + 0.7x'(a) - p_2 x'(b) = H_1\alpha = 0.7212$, $\quad H_2 x = x'(b) = 0$.
Из $H_1\alpha = H_1\beta$ следует $p_2 = 0.2373$. Тогда $H_1 \operatorname{ch}(t-1)/\operatorname{ch} 1 = 0.4669 < H_1\alpha$, $H_1 - \operatorname{ch} 2(t-1)/\operatorname{ch} 2 = 0.3497 < H_1\alpha$.

Ex61.2$'$. $+$ 0 $+$ $-$. 0 0 0 $+$. 4 6 9 A B C L_1 L_2
$a = -\varepsilon$, $b = 1$, $f = 4x$, $x \le 0$, $f = x$, $x \ge 0$, $\alpha = -\operatorname{ch} 2t$, $\beta = \operatorname{ch} t$,
$H_1 x = x(a) + 0.7x'(a) - p_2 x'(b) = H_1\alpha$, $\quad H_2 x = x'(b) = 0$,
где p_2 находится из условия $H_1\alpha = H_1\beta$. Тогда $H_1 \operatorname{ch}(t-1)/\operatorname{ch}(1+\varepsilon) < H_1\alpha$, $H_1 - \operatorname{ch}(t-1)/\operatorname{ch}(2+2\varepsilon) < H_1\alpha$.

Ex62.
1. $\mathrm{ELL_2}$.*

Ex63.
1. $\mathrm{ELL_1}$.*
2. $\mathrm{ELL_1}$.*

Ex64.
1. $\mathrm{ELL_1L_2}$
2. $\mathrm{ELL_1L_2}$
3. $\mathrm{ELL_1L_2}$
4. $\mathrm{ELL_1L_2}$
5. $\mathrm{ELL_1L_2}$
6. $\mathrm{ELL_1L_2}$
7. $\mathrm{EL_1L_2}$.TL18
8. $\mathrm{EL_1L_2}$.TL18
9. $\mathrm{EL_1L_2}$.TL18
10. $\mathrm{EL_1L_2}$.TL18
11. $\mathrm{EL_1L_2}$.TL18
12. $\mathrm{EL_1L_2}$.TL18

Ex65.
1. $\mathrm{ELL_1L_2}$.ст
2. $\mathrm{ELL_1L_2}$.ст
3. $\mathrm{EL_1L_2}$.TL18.ст
4. $\mathrm{EL_1L_2}$.TL18.ст

Ex65.1. + − 0 0. 0 0 + +. 3 6 9 A C L $\mathrm{L_1}$ $\mathrm{L_2}$
$a=0$, $b=1$, $f=x$, $\alpha=0$, $\beta=\operatorname{ch}\varepsilon t$,
$H_1x=\operatorname{ch}\varepsilon x(a)-x(b)=0, \quad H_2x=2x'(a)+x'(b)=H_2\beta=\varepsilon\operatorname{sh}\varepsilon.$
Для $y=(\operatorname{ch}\varepsilon-\operatorname{ch}1)\operatorname{sh}t+\operatorname{sh}1\operatorname{ch}t$, $H_1y=0$ и $H_2y=-0.5431<0$.

Ex65.2. + − 0 0. 0 0 + +. 4 6 9 A C L $\mathrm{L_1}$ $\mathrm{L_2}$
$a=-\delta$, $b=1$, $f=x$, $\alpha=0$, $\beta=\operatorname{ch}\varepsilon t$,
$H_1x=\operatorname{ch}\varepsilon x(a)-\operatorname{ch}\varepsilon\delta x(b)=0, \quad H_2x=2x'(a)+x'(b)=H_2\beta=-2\varepsilon\operatorname{sh}\varepsilon\delta+\varepsilon\operatorname{sh}\varepsilon.$
Для $y=(\operatorname{ch}\varepsilon\operatorname{ch}\delta-\operatorname{ch}\varepsilon\delta\operatorname{ch}1)\operatorname{sh}t+(\operatorname{ch}\varepsilon\operatorname{sh}\delta+\operatorname{ch}\varepsilon\delta\operatorname{sh}1)\operatorname{ch}t$, $H_1y=0$ и $H_2y<0$.

Ex65.3. + − 0 0. 0 0 + +. 3 6 A B C $\mathrm{L_1}$ $\mathrm{L_2}$
$a=0$, $b=\pi+\varepsilon$, $f=x$, $t\in[0,\pi)$, $x\le 1$, $f=2-x$, $t\in[0,\pi)$, $x\ge 1$, $f=x$, $t\in[\pi,\pi+\varepsilon]$, $\alpha=0$, $\beta=2$, $t\in[0,\pi]$, $\beta=2\operatorname{ch}(t-\pi)$, $t\in[\pi,\pi+\varepsilon]$,
$H_1x=\operatorname{ch}\varepsilon x(a)-x(b)=0, \quad H_2x=2x'(a)+x'(b)=H_2\beta=2\operatorname{sh}\varepsilon.$
Для $y=\big(\operatorname{ch}\varepsilon-\operatorname{ch}(\pi+\varepsilon)\big)\operatorname{sh}t+\operatorname{sh}(\pi+\varepsilon)\operatorname{ch}t$, $H_1y=0$ и $H_2y<0$.

Ex65.4. + − 0 0. 0 0 + +. 4 6 A B C $\mathrm{L_1}$ $\mathrm{L_2}$
$a=-\delta$, $b=\pi+\varepsilon$, $f=x$, $t\in[-\delta,0)$, $f=x$, $t\in[0,\pi)$, $x\le 1$, $f=2-x$, $t\in[0,\pi)$, $x\ge 1$, $f=x$, $t\in[\pi,\pi+\varepsilon]$, $\alpha=0$, $\beta=2\operatorname{ch}t$, $t\in[-\delta,0]$, $\beta=2$, $t\in[0,\pi]$, $\beta=2\operatorname{ch}(t-\pi)$, $t\in[\pi,\pi+\varepsilon]$,
$H_1x=\operatorname{ch}\varepsilon x(a)-\operatorname{ch}\delta x(b)=0, \quad H_2x=2x'(a)+x'(b)=H_2\beta=-4\operatorname{sh}\delta+2\operatorname{sh}\varepsilon.$
Для $y=\operatorname{ch}\delta\big(\operatorname{ch}\varepsilon-\operatorname{ch}(\pi+\varepsilon)\big)\operatorname{sh}t+\big(\operatorname{ch}\varepsilon\operatorname{sh}\delta+\operatorname{ch}\delta\operatorname{sh}(\pi+\varepsilon)\big)\operatorname{ch}t$, $H_1y=0$ и $H_2y<0$.

Ex66.

1. $ELL_1.*.$ст
2. $ELL_1.*.$ст
3. $ELL_1.*.$ст
4. $ELL_1L_2.$ст
5. $ELL_1L_2.$ст

Ex66.1. $+ - 0\ 0.\ 0\ 0 + +.\ 2\ 6\ 9$ C D L L_1
$a = -1$, $b = 1$, $f = x$, $\alpha = t - 1$, $\beta = t + 1 + \varepsilon(t + 1)$,
$H_1x = (1 + \varepsilon)x(a) - x(b) = -2(1 + \varepsilon)$, $\quad H_2x = \gamma\big(x'(a) - 1, \varepsilon\big) + \gamma\big(x'(b) - 1, \varepsilon\big) = 0.$

Ex66.2. $+ - 0\ 0.\ 0\ 0 + +.\ 2\ 7\ 9$ C D L L_1
$a = -1$, $b = 1$, $f = x$, $\alpha = t - 1 + \varepsilon(t - 1)^2$, $\beta = t + 1$,
$H_1x = x(a) - (1 - 2\varepsilon)x(b) = -2 + 4\varepsilon$, $\quad H_2x = \gamma\big(x'(a) - 1, 2\varepsilon\big) + x'(b) = 1.$

Ex66.3. $+ - 0\ 0.\ 0\ 0 + +.\ 3\ 6\ 9$ C D L L_1
$a = -1$, $b = 1$, $f = x$, $\alpha = t - 1$, $\beta = t + 1 + \varepsilon(t + 1)^2$,
$H_1x = (1 + 2\varepsilon)x(a) - x(b) = -2 - 4\varepsilon$, $\quad H_2x = x'(a) + \gamma\big(x'(b) - 1, 2\varepsilon\big) = 1.$

Ex66.4. $+ - 0\ 0.\ 0\ 0 + +.\ 3\ 7\ 9$ C D L L_1 L_2
$a = -1$, $b = 1$, $f = x$, $\alpha = t - 1$, $\beta = t + 1$,
$H_1x = x(a) - x(b) = -2$, $\quad H_2x = x'(a) + x'(b) = 2.$
Из $H_1(A \operatorname{sh} t + B \operatorname{ch} t) = -2$ следует $A = 2/\operatorname{sh} 1$, а из $H_2(A \operatorname{sh} t + B \operatorname{ch} t) = 2$ следует $A = 2/\operatorname{ch} 1$.

Ex66.5. $+ - 0\ 0.\ 0\ 0 + +.\ 4\ 6\ 9$ C D L L_1 L_2
$a = -1$, $b = 1$, $f = x$, $\alpha = t - 1$, $\beta = t + 1 - \varepsilon(1 - t^2)$,
$H_1x = x(a) - x(b) = -2$, $\quad H_2x = x'(a) + x'(b) = 2.$

Ex67.
1. $EL_1 \vee L_2.TL01t.TL_1L_21$
2. $ELL_1 \vee L_2.TL_1L_21$
3. $ELL_1 \vee L_2.TL_1L_21$

Здесь условие $L_1 \vee L_2$ означает наличие L_1 либо L_2. Дополнительнй пример не нужно строить так-как он получается перестановкой H_1 и H_2.

Ex68.
1. $ELL_2.TLL_11.$ст$'$
2. $ELL_2.TLL_11.$ст$'$

Ex68.1$'$. $+\ 0 + 0.\ 0 + 0 -.\ 4\ 6\ 9$ A B C L_1 L_2
$a = -1$, $b = \delta$, $f = 4x$, $x \le 0$, $f = x$, $x \ge 0$, $\alpha = -\operatorname{ch} 2t$, $\beta = \operatorname{ch} t$,
$H_1x = x(a) + p_1x'(a) = H_1\alpha$, $\quad H_2x = x(b) - x'(b) = \beta(b) - \varepsilon$,
где p_1 находится из условия $H_1\alpha = H_1\beta$. Если $H_1x = H_1\alpha$ и $0 \le x(a) < \beta(a)$, то $x(b) > \beta(b)$. Следовательно, для решения x краевой задачи (1)-(3) будет $\alpha(a) \le x(a) < 0$. Но тогда не выполняется условие $H_2x = \beta(b) - \varepsilon$.

Ex68.2$'$. $+\ 0 + 0.\ 0 + 0 -.\ 4\ 7\ 9$ A B C L_1 L_2
$a = -1$, $b = 0$, $f = 4x$, $x \le 0$, $f = x$, $x \ge 0$, $\alpha = -\operatorname{ch} 2t$, $\beta = \operatorname{ch} t$,
$H_1x = x(a) + p_1x'(a) = H_1\alpha = 0.8034$, $\quad H_2x = x(b) - x'(b) = \beta(b) - \varepsilon.$
Из $H_1\alpha = H_1\beta$ следует $p_1 = 0.6294$. Из $H_1 \operatorname{sh} t \operatorname{cth} 1 = -0.2678$ следует, что для $y \in S(I, R)$ из $0 \le y(a) < \beta(a)$ и $y(b) = \beta(b)$ следует $H_1y < H_1\alpha$. Следовательно, из

$x \in S(I,R)$, $H_1x = H_1\alpha$, $0 \le x(a) < \beta(a)$ следует $x(b) > \beta(b)$. Но при $\alpha(a) \le x(a) < 0$ справедливо неравенство $0 \le x'(b)$ и второе граничное условие не выполняется.

Ex69.
1. $\mathrm{ELL_1L_2.ст}$

Ex69.1. $+\ 0 + 0.\ 0\ 0 + -.\ 4\ 5\ 8\ 9$ C D L L_1 L_2
$a = -2$, $b = 0$, $f = 0$, $\alpha = \max\{-1, 2t\}$, $\beta = \min\{-t+1, -2t\}$,
$H_1x = x(a) + 4x'(a) = -1, \quad H_2x = x'(a) - 0.25x'(b) = -0.5.$

Ex70.
1. $\mathrm{EL_1{\vee}L_2.TL01t.TL_1L_22}$
2. $\mathrm{ELL_1{\vee}L_2.TL_1L_22}$
3. $\mathrm{ELL_1{\vee}L_2.TL_1L_22}$

Ex71.
1. $\mathrm{ELL_1{\vee}L_2.TL_1L_21tCD}$
2. $\mathrm{ELL_1{\vee}L_2.TL_1L_21tCD}$
3. $\mathrm{ELL_1{\vee}L_2.TL_1L_21tCD}$

Ex72.
1. $\mathrm{ELL_1L_2}$
2. $\mathrm{ELL_1L_2}$
3. $\mathrm{EL_1L_2.TL15H}$
4. $\mathrm{EL_1L_2.TL17H}$

Ex73.
1. $\mathrm{ELL_1{\vee}L_2.TL_1L_23}$

Ex74.
1. $\mathrm{ELL_2.*}$
2. $\mathrm{ELL_2.*}$
3. $\mathrm{ELL_2.*}$
4. $\mathrm{ELL_2.*}$
5. $\mathrm{ELL_2.*}$
6. $\mathrm{ELL_2.*}$

Ex75.
1. $\mathrm{ELL_2.*}$
2. $\mathrm{ELL_2.*}$

Ex76.
1. $\mathrm{EL.TLL_12.*.ст'}$
2. $\mathrm{EL.TLL_12.*.ст'}$
3. $\mathrm{EL_1.TL18.*.ст'}$
4. $\mathrm{EL_1.TL18.*.ст'}$

Ex76.1$'$. $+\ -\ 0\ 0.\ 0\ 0\ 1 +.\ 4\ 7\ 9$ A C L_1
$a = -1-\varepsilon$, $b = c$, $\operatorname{tg} c = \operatorname{th} 1$, $c = 0.651$, $f = x$, $t \in [-1-\varepsilon, 0)$, $f = -x$, $t \in [0, c]$, $x \le 0$, $f = x$, $t \in [0, c]$, $x \ge 0$, $\alpha = -\operatorname{ch}(t+1)$, $t \in [-1-\varepsilon, 0]$, $\alpha = -\operatorname{sh} 1 \sin t - \operatorname{ch} 1 \cos t$, $t \in [0, c]$, $\beta = 1$,
$H_1x = x(a) - px(b) = H_1\alpha, \quad H_2x = -\bigl|x'(a)\bigr| + \min\{x'(b), 0\} = 0.$

Из $H_1\alpha = H_1\beta$ следует $p = \big(\beta(a) - \alpha(a)\big)/\big(\beta(b) - \alpha(b)\big) < 1$. Следовательно, $H_1\beta > 0$. Пусть $y, z \in S(I, R)$ удовлетворяет условиям $y'(a) = z'(a) = 0$, $y(b) = \alpha(b)$, $z(b) = \beta(b)$. Тогда $y'(b) < 0$ и $z'(b) > 0$. Из $H_2 x = 0$ следует $x'(a) = 0$. Следовательно, найдется $\lambda \in [0, 1]$ такое, что $x = \lambda y$ или $x = \lambda z$. Но $H_2\lambda y < 0$ при $\lambda > 0$ и $H_1\lambda z < H_1\alpha$.

Ex76.2′. + − 0 0. 0 0 1 +. 4 8 9 A C L_1

$\operatorname{tg} c = \operatorname{th} 1$, $c = 0.651$, $a = -1 - \varepsilon$, $b = c + \delta$, $f = x$, $t \in [-1 - \varepsilon, 0)$, $f = -x$, $t \in [0, c + \delta]$, $x \le 0$, $f = x$, $t \in [0, c + \delta]$, $x \ge 0$, $\alpha = -\operatorname{ch}(t + 1)$, $t \in [-1 - \varepsilon, 0]$, $\alpha = -\operatorname{sh} 1 \sin t - \operatorname{ch} 1 \cos t$, $t \in [0, c + \delta]$, $\beta = 1$,

$H_1 x = x(a) - px(b) = H_1\alpha, \quad H_2 x = -\big|x'(a)\big| + \min\{x'(b), 0\} = 0.$

Из $H_1\alpha = H_1\beta$ следует $p < 1$ и $H_1\beta > 0$. Пусть $y, z \in S(I, R)$ удовлетворяют условиям $y'(a) = z'(a) = 0$, $y(b) = \alpha(b)$, $z(b) = \beta(b)$. Тогда $y'(b) < 0$ и $z'(b) > 0$ Из $H_2 x = 0$ следует $x'(a) = 0$. Следовательно, найдется $\lambda \in [0, 1]$ такое, что $x = \lambda y$ или $x = \lambda z$. Но $H_1\lambda y < 0$ при $\lambda > 0$ и $H_1\lambda z < H_1\alpha$.

Ex76.3. + − 0 0. 0 0 1 +. 4 7 A B C L_1

Пусть $\operatorname{th}\pi \sin c + \cos c = 1$, $c \in (0, \pi)$, $\big(2 + d \operatorname{ch}(\pi + c)\big)/(2 + d) = 1.99/(2 - 0.01 \operatorname{ch}\pi)$, $a = 0$, $b = \pi + c$, $f = -x$, $t \in [0, \pi)$, $x \le 1$, $f = x - 2$, $t \in [0, \pi)$, $1 \le x$, $f = x$, $t \in [\pi, \pi + c]$, $x \le 1$, $f = 2 - x$, $t \in [\pi, \pi + c]$, $1 \le x \le 2$, $f = x - 2$, $t \in [\pi, \pi + c]$, $x \ge 2$, $\alpha = 0$, $\beta = 2 + d \operatorname{ch}(t - \pi - c)$,

$H_1 x = x(a) - px(b) = 0, \quad H_2 x = \big|x'(a)\big| + \varepsilon x'(b) = \varepsilon^2,$

где $p = 1.99/(2 - 0.01 \operatorname{ch}\pi)$. Для $y = 2 - 0.01 \operatorname{ch} t$, $t \in [0, \pi]$, $y = 2 + 0.01(\operatorname{sh}\pi \sin t + \operatorname{ch}\pi \cos t)$, $t \in [\pi, \pi + c]$ справедливо $H_1 y = 0$. Для $x \in S(I, R)$ с условием $x'(0) = 0$ только y удовлетворяет первому граничному условию. Но для y не удовлетворяется второе граничное условие.

Ex76.4. + − 0 0. 0 0 1 +. 4 8 A B C L_1

Пусть $\operatorname{th}\pi \sin c + \cos c = 1$, $c \in (0, \pi)$, $\beta(0) = 3.98/(2 - 0.01 \operatorname{ch}\pi)$, $a = 0$, $b = \pi + c$, $f = -x$, $t \in [0, \pi)$, $x \le 1$, $f = x - 2$, $t \in [0, \pi)$, $1 \le x \le 2$, $f = 0$, $t \in [0, \pi)$, $x \ge 2$, $f = x$, $t \in [\pi, \pi + c]$, $x \le 1$, $f = 2 - x$, $t \in [\pi, \pi + c]$, $1 \le x \le 2$, $f = 0$, $t \in [\pi, \pi + c]$, $x \ge 2$, $\alpha = 0$, $\beta = 2 + \big(2 - \beta(0)\big)(t - \pi - c)/(\pi + c)$,

$H_1 x = x(a) - px(b) = 0, \quad H_2 x = \big|x'(a)\big| + \varepsilon x'(b) = \varepsilon^2,$

где $p = 1.99/(2 - 0.01 \operatorname{ch}\pi)$. Для $y = 2 - 0.01 \operatorname{ch} t$, $t \in [0, \pi]$, $y = 2 + 0.01(\operatorname{sh}\pi \sin t + \operatorname{ch}\pi \cos t)$, $t \in [\pi, \pi + c]$ справедливо $H_1 y = 0$. Для $x \in S(I, R)$ с условием $x'(0) = 0$ только y удовлетворяет первому граничному условию. Но для y не удовлетворяется второе граничное условие.

Ex77.
1. EL.*.*
2. EL.*.*
3. EL.*.*
4. EL.*.*
5. EL.*.*
6. EL.*.*

Ex78.
1. ELL_2.*
2. ELL_2.*

3. $\mathrm{ELL_2}$.*
4. $\mathrm{ELL_2}$.*
5. $\mathrm{ELL_2}$.*
6. $\mathrm{ELL_2}$.*

Ex79.
1. EL.*.*
2. EL.*.*

Ex80.
1. $\mathrm{ELL_1}$.*
2. $\mathrm{ELL_1}$.*

Ex81.
1. $\mathrm{ELL_1L_2}$.ст
2. $\mathrm{ELL_1L_2}$.ст

Ex81.1. + 0 + +. 0 + + 0. 4 6 9 C D L $\mathrm{L_1L_2}$
$a=-1,\ b=\delta,\ f=x,\ \alpha=-1,\ \beta=1+\varepsilon t^2.$
$H_1x=x(a)+p_1x'(a)+p_2x'(b)=-1,\quad H_2x=x(b)+px'(a)=-1.$
Из $H_2\alpha=H_2\beta$ следует $p=(2+\varepsilon\delta^2)/2\varepsilon$. Из условия $H_1\alpha=H_1\beta$ следует $p_1 2\varepsilon-p_2 2\varepsilon\delta=2+\varepsilon$. Для $y=(p\operatorname{sh}1-\operatorname{ch}\delta)\operatorname{sh}t+(\operatorname{sh}\delta+p\operatorname{ch}1)\operatorname{ch}t$ будет $H_2y=0$. Из $H_1y=0$ следует $\operatorname{sh}(1+\delta)+p-p_1\operatorname{ch}(1-\delta)+p_2\big(p\operatorname{sh}(1+\delta)-1\big)=0$. Это второе условие для нахождения p_1 и p_2. Заметим, что $H_1\operatorname{ch}t=\operatorname{ch}1-p_1\operatorname{sh}1+p_2\operatorname{sh}\delta\neq\operatorname{ch}\delta-p\operatorname{sh}1=H_2\operatorname{ch}t$. Тогда для любого решения $x=Ay+B\operatorname{ch}t$ из $H_1x=-1$ следует $H_2x\neq-1$.

Ex81.2. + 0 + +. 0 + + 0. 4 7 9 C D L $\mathrm{L_1L_2}$
$a=-1,\ b=0,\ f=x,\ \alpha=-1,\ \beta=1+\varepsilon t^2.$
$H_1x=x(a)+p_1x'(a)+p_2x'(b)=-1,\quad H_2x=x(b)+px'(a)=-1.$
Из $H_2\alpha=H_2\beta$ следует $p=1/\varepsilon$, а из $H_1\alpha=H_1\beta$ следует $p_1=(2+\varepsilon)/2\varepsilon$. Для $y=(p\operatorname{sh}1-1)\operatorname{sh}t+p\operatorname{ch}1\operatorname{ch}t$ будет $H_2y=0$. Из $H_1y=0$ следует $\operatorname{sh}1+p-p_1\operatorname{ch}1+p_2(p\operatorname{sh}1-1)=0$. Откуда находится p_2. Заметим, что $H_1\operatorname{ch}t=\operatorname{ch}1-p_1\operatorname{sh}1\neq 1-p\operatorname{sh}1=H_2\operatorname{ch}t$. Тогда для любого решения $x=Ay+B\operatorname{ch}t$ из $H_1x=-1$ следует $H_2x\neq-1$.

Ex82.
1. $\mathrm{ELL_1L_2}$.ст
2. $\mathrm{ELL_1L_2}$.ст

Ex82.1. + 0 + −. 0 + 0 −. 3 6 9 C D L $\mathrm{L_1L_2}$
$a=0,\ b=1,\ f=x,\ \alpha=-1,\ \beta=1+\varepsilon t^2.$
$H_1x=x(a)+p_1x'(a)-p_2x'(b)=-1,\quad H_2x=x(b)-px'(b)=-1.$
Из $H_2\alpha=H_2\beta$ следует $p=(2+\varepsilon)/2\varepsilon$, а из $H_1\alpha=H_1\beta$ следует $p_2=1/\varepsilon$. Для $y=(p\operatorname{sh}1-\operatorname{ch}1)\operatorname{sh}t+(\operatorname{sh}1-p\operatorname{ch}1)\operatorname{ch}t$ будет $H_2y=0$. Из $H_1y=0$ следует $\operatorname{sh}1-p\operatorname{ch}1+p_1(p\operatorname{sh}1-\operatorname{ch}1)+p_2=0$. Откуда находится p_1. Заметим, что $H_1\operatorname{ch}t=1-p_2\operatorname{sh}1\neq\operatorname{ch}1-p\operatorname{sh}1=h_2\operatorname{ch}t$. Для любого решения $x=Ay+B\operatorname{ch}t$ из $H_1x=-1$ следует $H_2x\neq-1$.

Ex82.2. + 0 + −. 0 + 0 −. 4 6 9 C D L $\mathrm{L_1L_2}$
$a=-\delta,\ b=1,\ f=x,\ \alpha=-1,\ \beta=1+\varepsilon t^2.$
$H_1x=x(a)+p_1x'(a)-p_2x'(b)=-1,\quad H_2x=x(b)-px'(b)=-1.$

Из $H_2\alpha = H_2\beta$ следует $p = (2+\varepsilon)/2\varepsilon$, а из $H_1\alpha = H_1\beta$ следует $p_1 2\varepsilon\delta + p_2 2\varepsilon = 2+\varepsilon\delta^2$. Для $y = (p\operatorname{sh}1 - \operatorname{ch}1)\operatorname{sh}t + (\operatorname{sh}1 - p\operatorname{ch}1)\operatorname{ch}t$ будет $H_2 y = 0$. Из $H_1 y = 0$ следует $\operatorname{sh}(1+\delta) - p\operatorname{ch}(1+\delta) + p_1\bigl(p\operatorname{sh}(1+\delta) - \operatorname{ch}(1+\delta)\bigr) + p_2 = 0$. Это второе условие для нахождения p_1 и p_2. Заметим, что $H_1\operatorname{ch}t = \operatorname{ch}\delta - p_1\operatorname{sh}\delta - p_2\operatorname{sh}1 \neq \operatorname{ch}1 - p\operatorname{sh}1 = H_2\operatorname{ch}t$. Для любого решения $x = Ay + B\operatorname{ch}t$ из $H_1 x = -1$ следует $H_2 x \neq -1$.

Ex83.
1. $\mathrm{ELL_2.}$*
2. $\mathrm{ELL_2.}$*
3. $\mathrm{ELL_2.}$*
4. $\mathrm{ELL_2.}$*
5. $\mathrm{ELL_2.}$*
6. $\mathrm{ELL_2.}$*

Ex84.
1. $\mathrm{ELL_2.}$*
2. $\mathrm{ELL_2.}$*

Ex85.
1. $\mathrm{ELL_1{\vee}L_2.TL_1L_2 1}$
2. $\mathrm{ELL_1{\vee}L_2.TL_1L_2 1}$
3. $\mathrm{ELL_1{\vee}L_2.TL_1L_2 1}$

Ex86.
1. $\mathrm{ELL_1{\vee}L_2.TL_1L_2 2}$
2. $\mathrm{ELL_1{\vee}L_2.TL_1L_2 2}$
3. $\mathrm{ELL_1{\vee}L_2.TL_1L_2 2}$
4. $\mathrm{ELL_1{\vee}L_2.TL_1L_2 2}$
5. $\mathrm{ELL_1{\vee}L_2.TL_1L_2 2}$
6. $\mathrm{ELL_1{\vee}L_2.TL_1L_2 2}$

Ex87.
1. $\mathrm{ELL_1{\vee}L_2.TL_1L_2 3}$

Ex88.
1. $\mathrm{ELL_1{\vee}L_2.TL_1L_2 4}$
2. $\mathrm{ELL_1{\vee}L_2.TL_1L_2 4}$

Список литературы

[1] Лепин А.Я., Лепин Л.А. Краевые задачи для обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка. Рига, Зинатне, 1988.

[2] Лепина Э.И. Краевые задачи с линейными ограничениями. Латвийский математический ежегодник. Рига, Зинатне, 1988, выпуск 32, 13-21.

[3] Лепин А.Я. О линейных условиях. LU MII Zinātniskie raksti, 6.sējums, Rīga, 2006, 17-23.

A.Ya. Lepin. Minimal examples with linear boundary conditions.

Summary. Minimal examples with linear boundary conditions are given for a boundary value problem.
MSC 34B99

A. Lepins. Minimālie piemēri ar lineāriem robežnosacījumiem.

Anotācija. Robežproblēmai tiek doti minimālie piemēri ar lineāriem robežnosacījumiem.

Institute of Mathematics
and Computer Science,
University of Latvia
Riga, Rainis blvd 29

Received 01.02.2008