Краевые задачи с максимальным решением при условиях 1-D

Л.А.Лепин

Аннотация. Для дифференциального уравнения второго порядка найдены двухточечные краевые задачи с максимальным решением при условиях 1-D.

УДК 517.927

Рассмотрим краевую задачу

$$x'' = f(t, x, x'), \tag{1}$$

$$H_1(x(a), x(b), x'(a), x'(b)) = h_1, \quad H_2(x(a), x(b), x'(a), x'(b)) = h_2, \tag{2}$$

$$\alpha \leq x \leq \beta, \quad U, \tag{3}$$

где функция $f \in Car([a,b] \times R^2, R)$, $H_1, H_2 \in C(R^4, R)$, α – нижняя функция, β – верхняя функция, U – подмножество следующего множества условий: 1. $\alpha(a) = \beta(a)$, 2. $\alpha'(a) < \beta'(a)$, 3. $\alpha'(a) = \beta'(a)$, 4. $\alpha'(a) > \beta'(a)$, 5. $\alpha(b) = \beta(b)$, 6. $\alpha'(b) < \beta'(b)$, 7. $\alpha'(b) = \beta'(b)$, 8. $\alpha'(b) > \beta'(b)$, 9. $(\forall x, y \in S([a,b], R))((x \leq y \wedge x'(a) \leq y'(a) \Rightarrow x'(b) \leq y'(b)) \wedge (x \leq y \wedge x'(b) \geq y'(b) \Rightarrow x'(a) \geq y'(a)))$, A. $\alpha \in S([a,b], R)$, B. $\beta \in S([a,b], R)$, C. $H_1\alpha = H_1\beta$, D. $H_2\alpha = H_2\beta$, $S([a,b], R)$ – множество решений уравнения (1), удовлетворяющих неравенствам $\alpha \leq x \leq \beta$. В работе [1] найдены теоремы существования обобщенного решения краевой задачи (1)-(3), если H_1 и H_2 принадлежат классам монотонности, а в работе [2] показано, какие из этих теорем обладают максимальным решением, в работе [3] для условий 1-8 и в работе [4] для условий 1-B найдены теоремы существования максимального решения краевой задачи (1)-(3) в терминах классов монотонности, а в работе [5] показано, что других теорем такого типа нет. Наша цель - найти теоремы существования максимального решения краевой задачи (1)-(3) для условий 1-D. При этом будем пользоваться теоремами и обозначениями работы [1].

Оказалось, что в соответствующей постановке имеется всего 930 теорем. Из них следуют все остальные. Используя симметрию, из 930 теорем удалось получить 155 порождающих теорем. Чтобы показать, что ни одна теорема не пропущена, нужно построить соответствующие примеры. Такие примеры будут построены в другой работе.

Короткая запись теорем

Определение 1. Функция $H \in C(R^4, R)$ имеет тип монотонности $(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \sigma_4)$, где $\sigma_i \in \{0, -, +, 1\}$, $i = 1, 2, 3, 4$, если при $\sigma_i = 0$ функция H не зависит от i-го аргумента, при $\sigma_i = -$ функция H не возрастает по i-му аргументу, при $\sigma_i = +$ функция H не убывает по i-му аргументу, а при $\sigma_i = 1$ на i-й аргумент функции H условия не накладываются. Класс монотонности $M(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \sigma_4)$ состоит из функций, имеющих тип монотонности $(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \sigma_4)$.

Далее будем предполагать, что задача Дирихле

$$x'' = f(t, x, x'), \quad x(a) = A, \quad x(b) = B, \quad \alpha_1 \le x \le \beta_1$$

имеет решение при любых значениях нижней функции α_1, верхней функции β_1, $\alpha \le \alpha_1 \le \beta_1 \le \beta$, $A \in [\alpha_1(a), \beta_1(a)]$, $B \in [\alpha_1(b), \beta_1(b)]$ и множество этих решений компактно. При этом предположении решения теорем, которые будут рассматриваться, существуют. Теорему

Tn. Для любых $H_1 \in M(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \sigma_4)$, $H_2 \in M(\sigma_5, \sigma_6, \sigma_7, \sigma_8)$, $h_1 \in [H_1\alpha, H_1\beta]$ и $h_2 \in [H_2\alpha, H_2\beta]$ из $H_1\alpha \le H_1\beta$, $H_2\alpha \le H_2\beta$ и условий U следует существование решения краевой задачи (1)-(3). коротко будем записывать так:

$$Tn. \quad \sigma_1\sigma_2\sigma_3\sigma_4 \cdot \sigma_5\sigma_6\sigma_7\sigma_8 \cdot u_1u_2u_3u_4u_5u_6u_7u_8u_9u_Au_Bu_Cu_D, \tag{4}$$

где n – номер теоремы, $u_i = i$, если i-е условие входит в U, и u_i пусто в противном случае. Симметрии, которые использовались для получения порождающих теорем, следующие. Если H_1 и H_2 поменять местами, то теорема (4) переходит в теорему

TnH. $\sigma_5\sigma_6\sigma_7\sigma_8 \cdot \sigma_1\sigma_2\sigma_3\sigma_4 \cdot u_1u_2u_3u_4u_5u_6u_7u_8u_9u_Au_Bu_Du_C$.

Замена в уравнении (1) независимой переменной t на $-t$ переводит теорему (4) в теорему

Tnt. $\sigma_2\sigma_1\sigma_4'\sigma_3' \cdot \sigma_6\sigma_5\sigma_8'\sigma_7' \cdot u_5u_8u_7u_6u_1u_4u_3u_2u_9u_Au_Bu_Cu_D$,

где $1' = 1$, $+' = -$, $-' = +$, $0' = 0$.

Замена u_c на C и H_1 на $-H_1$ переводит теорему (4) в теорему

TnC. $\sigma_1'\sigma_2'\sigma_3'\sigma_4' \cdot \sigma_5\sigma_6\sigma_7\sigma_8 \cdot u_1u_2u_3u_4u_5u_6u_7u_8u_9u_Au_BCu_D$.

Замена u_D на D и H_2 на $-H_2$ переводит теорему (4) в теорему

TnD. $\sigma_1\sigma_2\sigma_3\sigma_4 \cdot \sigma_5'\sigma_6'\sigma_7'\sigma_8' \cdot u_1u_2u_3u_4u_5u_6u_7u_8u_9u_Au_Bu_CD$.

Если $u_c = C$, то справедлива теорема

Tn'. $\sigma_1'\sigma_2'\sigma_3'\sigma_4' \cdot \sigma_5\sigma_6\sigma_7\sigma_8 \cdot u_1u_2u_3u_4u_5u_6u_7u_8u_9u_Au_BCu_D$.

Аналогично при $u_D = D$ справедлива теорема

Tn'. $\sigma_1\sigma_2\sigma_3\sigma_4 \cdot \sigma_5'\sigma_6'\sigma_7'\sigma_8' \cdot u_1u_2u_3u_4u_5u_6u_7u_8u_9u_Au_Bu_CD$.

Теперь приведем список порождающих теорем.

TMg001. 1 – – 0. – 1 0 +
TMg002. 1 1 – +. 1 – – 0. 1
TMg003. – – – 0. – – – 0. 2
TMg004. – 1 0 +. – 0 + 0. 3
TMg005. – – – 0. – – – 0. 3
TMg006. – – – 0. – 0 + 0. 3
TMg007. – 0 + 0. – 0 + 0. 3
TMg008. – 1 0 +. – 0 + 0. 4

TMg009. − − − 0. − 0 + 0. 4
TMg010. − 0 + 0. − 0 + 0. 4
TMg011. 1 1 1 +. 1 − 1 0. 1 3
TMg012. 1 1 1 1. 1 1 1 1. 1 4
TMg013. 1 1 − +. 1 1 − +. 1 5
TMg014. 1 − − +. 1 − 0 −. 1 6
TMg015. 1 − 0 −. 1 − 0 −. 1 6
TMg016. 1 − − +. 1 − − +. 1 7
TMg017. 1 − − +. 1 − 0 −. 1 7
TMg018. 1 − 0 −. 1 − 0 −. 1 7
TMg019. 1 − − +. 1 − − +. 1 8
TMg020. 1 1 1 1. 1 1 1 1. 2 3
TMg021. 1 1 1 1. 1 1 1 1. 2 4
TMg022. 1 1 1 1. 1 1 1 1. 3 4
TMg023. − 0 + 0. 0 − 0 −. 3 6
TMg024. − 0 + 0. 0 − 0 −. 3 7
TMg025. − 0 + 0. 0 − 0 −. 4 6
TMg026. 1 1 1 +. 1 1 1 +. 1 3 5
TMg027. 1 − 1 +. 1 − 1 −. 1 3 6
TMg028. 1 − 1 −. 1 − 1 −. 1 3 6
TMg029. 1 − 1 +. 1 − 1 +. 1 3 7
TMg030. 1 − 1 +. 1 − 1 −. 1 3 7
TMg031. 1 − 1 −. 1 − 1 −. 1 3 7
TMg032. 1 − 1 +. 1 − 1 +. 1 3 8
TMg033. 1 1 1 1. 1 1 1 1. 1 3 5 7
TMg034. − + + +. − − − 0. 3 9
TMg035. − + + +. − 0 + 0. 3 9
TMg036. − + + +. − − − 0. 4 9
TMg037. − + + +. − 0 + 0. 4 9
TMg038. 1 − − 1. 1 − − −. 1 6 9
TMg039. 1 − − 1. 1 − − 1. 1 7 9
TMg040. − − − 0. 0 − − −. 2 6 9
TMg041. 0 − − −. 0 − − −. 2 6 9
TMg042. − − − 0. 0 − − −. 2 7 9
TMg043. 0 − − −. 0 − − −. 2 7 9
TMg044. − − − 0. 0 − − −. 3 6 9
TMg045. − 0 + +. 0 − − −. 3 6 9
TMg046. 0 − − −. 0 − − −. 3 6 9
TMg047. − − − 0. 0 − − −. 3 7 9
TMg048. − 0 + +. − 0 + +. 3 7 9
TMg049. − 0 + +. 0 − − −. 3 7 9
TMg050. − 0 + +. 0 − − −. 4 6 9
TMg051. 1 − 1 1. 1 − 1 −. 1 3 6 9
TMg052. 1 − 1 1. 1 − 1 1. 1 3 7 9
TMg053. − − 1 0. − − 1 0. 3 B
TMg054. − − + 0. − − + 0. 4 B

TMg055. − − + 0. − − − 0. 4 B
TMg056. 1 − − +. 1 − − −. 1 6 B
TMg057. 1 − − −. 1 − − −. 1 6 B
TMg058. 1 − − 1. 1 − − 1. 1 7 B
TMg059. − − − −. − − − −. 2 6 B
TMg060. − − − −. − − 0 +. 2 6 B
TMg061. − − − 1. − − − 1. 2 7 B
TMg062. − − − +. − − − +. 2 8 B
TMg063. − − 1 −. − − 1 −. 3 6 B
TMg064. − − − −. − − 0 +. 3 6 B
TMg065. − − 1 1. − − 1 1. 3 7 B
TMg066. − − + −. − − + −. 4 6 B
TMg067. 1 − 1 1. 1 − 1 1. 1 3 7 B
TMg068. − 1 + +. − − − 0. 3 9 B
TMg069. − 1 + +. − 0 + 0. 3 9 B
TMg070. − 1 + +. − − − 0. 4 9 B
TMg071. − 1 + +. − 0 + 0. 4 9 B
TMg072. − − + +. − − − −. 3 6 9 B
TMg073. − − + +. − − − −. 4 6 9 B
TMg074. 1 − − −. − 1 + +. 9 A B
TMg075. 1 1 1 1. 1 − − −. 1 9 A B
TMg076. 1 − − −. 0 − − −. 2 9 A B
TMg077. − − − −. − − − −. 2 9 A B
TMg078. 1 − − −. 0 − − −. 3 9 A B
TMg079. − − 1 −. − − 1 −. 3 9 A B
TMg080. 1 1 1 1. 1 − 1 −. 1 3 9 A B
TMg081. 1 1 1 1. 1 1 1 1. 1 5 9 A B
TMg082. 1 1 1 1. 1 − 1 1. 1 7 9 A B
TMg083. 1 1 1 1. 1 1 1 1. 1 8 9 A B
TMg084. 1 1 1 1. 1 1 1 1. 2 7 9 A B
TMg085. 1 1 1 1. 1 1 1 1. 2 8 9 A B
TMg086. 1 1 0 0. − − 0 0. C
TMg087. + − − 0. − − − 0. C
TMg088. 1 + 0 +. 1 − − +. 1 C
TMg089. + − − 0. 0 0 + 0. 3 C
TMg090. + − − 0. 0 0 + 0. 4 C
TMg091. 1 + 1 +. 1 − 1 +. 1 3 C
TMg092. + − − −. − − 0 +. 3 9 C
TMg093. 0 + + +. − 0 + +. 3 9 C
TMg094. + − − −. − − 0 +. 4 9 C
TMg095. 0 + + +. − 0 + +. 4 9 C
TMg096. + − − −. − − − 0. 9 A C
TMg097. 1 1 1 1. 1 − − 0. 1 9 A C
TMg098. 1 + + +. 1 − − +. 1 9 A C
TMg099. 1 0 0 0. 0 − − 0. 2 9 A C
TMg100. 1 0 0 0. − + + +. 3 9 A C

TMg101. 1 0 0 0. 0 − − 0. 3 9 A C
TMg102. 1 0 0 0. − + + +. 4 9 A C
TMg103. 1 1 1 1. 1 - 1 0. 1 3 9 A C
TMg104. 1 1 1 1. 1 1 − +. 1 5 9 A C
TMg105. 1 1 1 1. 1 − − −. 1 6 9 A C
TMg106. 1 1 1 1. 1 − − 1. 1 7 9 A C
TMg107. 1 1 1 1. 1 − − +. 1 8 9 A C
TMg108. 1 0 0 0. 0 − − −. 2 6 9 A C
TMg109. + − − −. 0 − − −. 2 6 9 A C
TMg110. 1 0 0 0. 0 − − −. 2 7 9 A C
TMg111. + − − −. 0 − − −. 2 7 9 A C
TMg112. 1 0 0 0. 0 − − −. 3 6 9 A C
TMg113. + − − −. 0 − − −. 3 6 9 A C
TMg114. 1 0 0 0. 0 − − −. 3 7 9 A C
TMg115. + − − −. − 0 + +. 3 7 9 A C
TMg116. 1 1 1 1. 1 1 1 +. 1 3 5 9 A C
TMg117. 1 1 1 1. 1 − 1 −. 1 3 6 9 A C
TMg118. 1 1 1 1. 1 − 1 1. 1 3 7 9 A C
TMg119. 1 1 1 1. 1 − 1 +. 1 3 8 9 A C
TMg120. 1 1 1 1. − − 0 0. B C
TMg121. 1 + + +. − − 0 +. B C
TMg122. 1 1 1 1. 1 − − 0. 1 B C
TMg123. 1 + + +. 1 − − +. 1 B C
TMg124. 1 1 1 1. − − − 0. 2 B C
TMg125. 1 1 1 1. − − 1 0. 3 B C
TMg126. 1 1 1 1. − − + 0. 4 B C
TMg127. 1 1 1 1. 1 − 1 0. 1 3 B C
TMg128. 1 1 1 1. 1 1 − +. 1 5 B C
TMg129. 1 1 1 1. 1 − − −. 1 6 B C
TMg130. 1 1 1 1. 1 − − 1. 1 7 B C
TMg131. 1 1 1 1. 1 − − +. 1 8 B C
TMg132. 1 1 1 1. − − − −. 2 6 B C
TMg133. 1 1 1 1. − − − 1. 2 7 B C
TMg134. 1 1 1 1. − − − +. 2 8 B C
TMg135. 1 1 1 1. − − 1 −. 3 6 B C
TMg136. 1 1 1 1. − − 1 1. 3 7 B C
TMg137. 1 1 1 1. − − + −. 4 6 B C
TMg138. 1 1 1 1. 1 1 1 +. 1 3 5 B C
TMg139. 1 1 1 1. 1 − 1 −. 1 3 6 B C
TMg140. 1 1 1 1. 1 − 1 1. 1 3 7 B C
TMg141. 1 1 1 1. 1 − 1 +. 1 3 8 B C
TMg142. 1 0 0 0. − 1 + +. 3 9 B C
TMg143. + + + +. − − + +. 3 9 B C
TMg144. 1 0 0 0. − 1 + +. 4 9 B C
TMg145. + + + +. − − + +. 4 9 B C
TMg146. 1 1 1 1. − − − −. 2 9 A B C

TMg147. 1 1 1 1. – – 1 –. 3 9 A B C
TMg148. 1 1 0 0. 1 1 0 0. C D
TMg149. 1 1 1 0. 1 1 1 0. 1 3 C D
TMg150. 1 0 0 1. 1 0 0 1. 1 6 9 C D
TMg151. 1 0 1 1. 1 0 1 1. 1 3 6 9 C D
TMg152. 1 0 0 0. + – – –. 9 A C D
TMg153. + – – –. + – – –. 9 A C D
TMg154. 1 1 1 1. 1 1 1 1. 1 9 A C D
TMg155. 1 1 1 1. 1 1 1 1. B C D

Существование максимального решения

Теорема 1. Для теорем TMg001 - TMg155 существует максимальное решение.

Доказательство. Теоремы TMg001 - TMg033 доказаны в работе [3], теоремы TMg034 - TMg085 доказаны в работе [4] и теоремы TMg088, TMg091, TMg120 - TMg142, TMg144, TMg148 - TMg149 и TMg155 доказаны в работе [2]. Осталось доказать теоремы TMg086 - TMg087, TMg089 - TMg090, TMg092 - TMg119, TMg143, TMg145 - TMg147 и TMg150 - TMg154.

Множество решений краевой задачи (1) - (3) обозначим SH. Для доказательства существования максимального решения краевой задачи (1) - (3) достаточно показать, что для любых $x, y \in SH$ существует $z \in SH$ такое, что $z \geq s = \max\{x, y\}$. Действительно, если SH состоит из конечного числа решений, то существование максимального решения очевидно. Пусть SH состоит из бесконечного числа решений. Обозначим через r_i, $i = 1, 2, ...$ рациональные точки интервала $[a, b]$ и через $x_i \in SH$ такие решения, что $x_i(r_i) = \max\{x(r_i) : x \in SH\}$. Определим последовательность z_i, $i = 1, 2, ...$ следующим образом: $z_1 = x_1$ и $z_i \in SH$, $i = 2, 3, ...$ такие, что $z_i \geq \max\{z_{i-}, x_i\}$. Ясно, что $\lim_{i\to\infty} z_i = z \in SH$ и z – максимальное решение краевой задачи(1)-(3).

Без ограничения общности будем считать, что $x(a) \geq y(a)$ и $x'(a) \geq y'(a)$ при $x(a) = y(a)$. Обозначим через u решение задачи Дирихле

$$u'' = f(t, u, u'), \quad u(a) = x(a), \quad u(b) = \max\{x(b), y(b)\}, \quad s \leq u \leq \beta.$$

Если выполняется условие 9, $x(a) > y(a)$ и $x(b) > y(b)$ или $x(a) = y(a)$, или $x(b) = y(b)$, то $u \in SH$ и его можно взять в качестве z. Следовательно, теоремы TMg097 - TMg098, TMg103 - TMg107, TMg116 - TMg119, TMg150 - TMg151 и TMg154 доказаны и при наличии 9-го условия можно рассматривать только случай $x(a) > y(a)$ и $x(b) < y(b)$. При этом $x'(a) \leq u'(a) \leq y'(a)$ и $x'(b) \leq u'(b) \leq y'(b)$.

Рассмотрим теорему

TMg086. 1 1 0 0. – – 0 0. C

Максимальное решение задачи Дирихле

$$x'' = f(t, x, x'), \quad x(a) = \beta(a), \quad x(b) = \beta(b), \quad \alpha \leq x \leq \beta$$

является максимальным решением.

Рассмотрим теорему

TMg087. $+ - -$ 0. $- - -$ 0. C
Если $y(a) \le x(b)$, то $H_1 s = H_1 x = h_1$, $H_2 s = H_2 x = h_2$ и из теоремы
Tb40. $+ - -$ 0. $- 1 - +$. C
следует существование z. Пусть $y(b) > x(b)$. Рассмотрим случай, когда $y'(a) \ge x'(a)$. Из $H_1 s \le H_1 x = h_1$, $H_1 s \ge H_1 y = h_1$ и $H_2 s \le H_2 x = h_2$ следует $H_1 s = h_1$ и $H_2 s \le h_2$. Применяя теорему Tb40, получаем существование z. Пусть $y'(a) < x'(a)$. По теореме
Tb02. 1 $- -$ 0. $-$ 1 0 $+$
существует решение v краевой задачи

$$v'' = f(t, v, v'), \quad H_1 v = h_1, \quad v(b) = y(b), \quad s \le v \le \beta.$$

Если $v'(a) \ge y'(a)$, то из $H_2 v \le H_2 y = h_2$ и теоремы Tb40 следует существование z. Пусть $v'(a) < y'(a)$. По теореме Tb02 существует решение w краевой задачи

$$w'' = f(t, w, w'), \quad w'(a) = y'(a), \quad w(b) = y(b), \quad s \le w \le v.$$

Из $h_1 = H_1 y \le H_1 w \le H_1 v = h_1$, $H_2 w \le H_2 y = h_2$ и теоремы Tb40 следует существование z.

Рассмотрим теоремы
TMg089. $+ - -$ 0. 0 0 $+$ 0. 3 C
TMg090. $+ - -$ 0. 0 0 $+$ 0. 4 C
Из $h_2 \ge H_2\alpha \ge H_2\beta \ge h_2$ следует $H_2\alpha = H_2\beta$. Следовательно, теоремы TMg089 и TMg090 эквивалентны теоремам
$+ - -$ 0. 0 0 $+$ 0. 3 C D
$+ - -$ 0. 0 0 $+$ 0. 4 C D
которые следуют из теоремы
TMg087D. $+ - -$ 0. $+ + +$ 0. C D

Рассмотрим теоремы
TMg092. $+ - - -$. $- -$ 0 $+$. 3 9 C
TMg094. $+ - - -$. $- -$ 0 $+$. 4 9 C

Эти теоремы эквивалентны следующим теоремам:
1. $+ - - -$. $- -$ 0 $+$. 3$\vee$4 6 9 C
2. $+ - - -$. $- -$ 0 $+$. 3$\vee$4 7 9 C
3. $+ - - -$. $- -$ 0 $+$. 3$\vee$4 8 9 C

Теорема 1 следует из
TMg036t. $+ - - -$. $- -$ 0 $+$. 6 9
Теорема 2 следует из
TMg034t. $+ - - -$. $- -$ 0 $+$. 7 9
Докажем теорему 3. Из $h_2 \ge H_2\alpha \ge H_2\beta \ge h_2$, $H_1 u \le H_1 x = h_1$, $H_1 u \ge H_1 y = h_1$ и $H_2 u \le H_2 x = h_2$ следует $H_2\alpha = H_2\beta = h_2$, $H_1 u = h_1$ и $H_2 u \le h_2$. Если $u'(b) \ge \beta'(b)$, то $h_2 = H_2\beta \le H_2 u \le h_2$. Следовательно, $H_2 u = h_2$ и $z = u$. Пусть $u'(b) < \beta'(b)$. Тогда по теореме
Tb54. $+ - - -$. $- - - +$. A C
существует решение краевой задачи

$$z'' = f(t, z, z'), \quad H_1 z = h_1, \quad z'(b) = \beta'(b), \quad u \le z \le \beta.$$

Из $h_2 = H_2\alpha \ge H_2 z \ge H_2\beta = h_2$ следует $H_2 z = h_2$.

Рассмотрим теоремы

TMg093. $0 + + +. - 0 + +.$ 3 9 C

TMg095. $0 + + +. - 0 + +.$ 4 9 C

Из $H_1u \geq H_1x = h_1$, $H_1u \leq H_1y = h_1$, $H_2u \geq H_2x = h_2$ и $H_2u \leq H_2y = h_2$ следует $H_1u = h_1$, $H_2u = h_2$ и $z = u$.

Рассмотрим теорему

TMg096. $+ - - -. - - - 0.$ 9 A C

Из $H_1u \leq H_1x = h_1$, $H_1u \geq H_1y = h_1$, $H_2u \leq H_2x = h_2$ и теоремы

Tb54. $+ - - -. - - - +.$ A C

следует существование z.

Рассмотрим теоремы

TMg099. $1\ 0\ 0\ 0.\ 0 - - 0.$ 2 9 A C

TMg101. $1\ 0\ 0\ 0.\ 0 - - 0.$ 3 9 A C

Из $H_1u = H_1x = h_1$, $H_2u \leq H_2x = h_2$ и $H_2u \geq H_2y = h_2$ следует $H_1u = h_1$, $H_2u = h_2$ и $z = u$.

Рассмотрим теоремы

TMg100. $1\ 0\ 0\ 0. - + + +.$ 3 9 A C

TMg102. $1\ 0\ 0\ 0. - + + +.$ 4 9 A C

Из $H_1u = H_1x = h_1$, $H_2u \geq H_2x = h_2$ и $H_2u \leq H_2y = h_2$ следует $H_1u = h_1$, $H_2u = h_2$ и $z = u$.

Рассмотрим теоремы

TMg108. $1\ 0\ 0\ 0.\ 0 - - -.$ 2 6 9 A C

TMg110. $1\ 0\ 0\ 0.\ 0 - - -.$ 2 7 9 A C

TMg112. $1\ 0\ 0\ 0.\ 0 - - -.$ 3 6 9 A C

TMg114. $1\ 0\ 0\ 0.\ 0 - - -.$ 3 7 9 A C

Из $H_1u = H_1x = h_1$, $H_2u \leq H_2x = h_2$ и $H_2u \geq H_2y = h_2$ следует $H_1u = h_1$, $H_2u = h_2$ и $z = u$.

Рассмотрим теоремы

TMg109. $+ - - -.\ 0 - - -.$ 2 6 9 A C

TMg111. $+ - - -.\ 0 - - -.$ 2 7 9 A C

TMg113. $+ - - -.\ 0 - - -.$ 3 6 9 A C

Из $H_1u \leq H_1x = h_1$, $H_1u \geq H_1y = h_1$, $H_2u \leq H_2x = h_2$ и $H_2u \geq H_2y = h_2$ следует $H_1u = h_1$, $H_2u = h_2$ и $z = u$.

Рассмотрим теорему

TMg115. $+ - - -. - 0 + +.$ 3 7 9 A C

Из $H_1u \leq H_1x = h_1$, $H_1u \geq H_1y = h_1$, $H_2u \geq H_2x = h_2$ и $H_2u \leq H_2y = h_2$ следует $H_1u = h_1$, $H_2u = h_2$ и $z = u$.

Рассмотрим теоремы

TMg143. $+ + + +. - - + +.$ 3 9 B C

TMg145. $+ + + +. - - + +.$ 4 9 B C

Докажем им эквивалентную теорему

$- - - -. - - + +.$ $3 \vee 4$ B C

Из $H_1u \leq H_1x = h_1$, $H_2u \leq H_2y = h_2$ и теоремы

Tb26. $1 - - -. - 1 + +.$ 9 A B

следует существование z.

Рассмотрим теорему

TMg146. 1 1 1 1. $- - - -$. 2 9 A B C
Верхняя функция β является максимальным решением.

Рассмотрим теорему

TMg147. 1 1 1 1. $- -$ 1 $-$. 3 9 A B C
Верхняя функция β является максимальным решением.

Рассмотрим теорему

TMg152. 1 0 0 0. $+ - - -$. 9 A C D
Из $H_1u = H_1x = h_1$, $H_2u \le H_2x = h_2$ и $H_2u \ge H_2y = h_2$ следует $H_1u = h_1$, $H_2u = h_2$ и $z = u$.

Рассмотрим теорему

TMg153. $+ - - -$. $+ - - -$. 9 A C D
Из $H_1u \le H_1x = h_1$, $H_1u \ge H_1y = h_1$, $H_2u \le H_2x = h_2$ и $H_2u \ge H_2y = h_2$ следует $H_1u = h_1$, $H_2u = h_2$ и $z = u$.

Список литературы

[1] А.Я. Лепин, Л.А. Лепин. Краевые задачи для обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка. Рига: Зинатне, 1988.

[2] Л.А. Лепин. Максимальные решения двухточечных краевых задач // LU MII Zinātniskie raksti, 3.sējums, Rīga, 2003, 50-59.

[3] Э.И. Лепина. О максимальных решениях краевых задач для уравнения второго порядка // Актуальные вопросы краевых задач. Рига, ЛГУ, 1988, 131-139.

[4] Л.А. Лепин. Краевые задачи с максимальным решением // LU MII Zinātniskie raksti, 4.sējums, Rīga, 2004, 67-72.

[5] Л.А. Лепин. Отсутствие максимального решения у краевых задач // LU MII Zinātniskie raksti, 5.sējums, Rīga, 2005, 72-84.

L. Lepin. Boundary value problems possessing a maximal solution under the conditions 1-D.

Summary. Two-point boundary value problems possessing a maximal solution are found for the second order differential equations under the 1-D conditions.

1991 MSC 34B15

L. Lepins. Robežproblēmas ar maksimālo atrisinājumu pie 1-D nosacījumiem.

Anotācija. Otrās kārtas diferenciālvienādojumam atrastas divpunktu robežproblēmas ar maksimālo atrisinājumu pie 1 - D nosacījumiem.

Institute of Mathematics
and Computer Science,
University of Latvia
Riga, Rainis blvd 29

Received 07.02.2006