Отсутствие максимального решения у краевых задач

Л.А.Лепин

Аннотация. Для различных краевых задач дифференциального уравнения второго порядка строятся примеры, в которых нет максимального решения.

УДК 517.927

Рассмотрим краевую задачу

$$x'' = f(t, x, x'), \tag{1}$$

$$H_1(x(a), x(b), x'(a), x'(b)) = h_1, \quad H_2(x(a), x(b), x'(a), x'(b)) = h_2, \tag{2}$$

$$\alpha \le x \le \beta, \quad U, \tag{3}$$

где $f \in Car([a,b] \times R^2, R)$, $H_1, H_2 \in C(R^4, R)$, α –нижняя функция, β – верхняя функция, U – подмножество множества условий: 1. $\alpha(a) = \beta(a)$, 2. $\alpha'(a) < \beta'(a)$, 3. $\alpha'(a) = \beta'(a)$, 4. $\alpha'(a) > \beta'(a)$, 5. $\alpha(b) = \beta(b)$, 6. $\alpha'(b) < \beta'(b)$, 7. $\alpha'(b) = \beta'(b)$, 8. $\alpha'(b) > \beta'(b)$, 9. $(\forall x, y \in S([a,b], R))((x \le y \wedge x'(a) \le y'(a) \Rightarrow x'(b) \le y'(b)) \wedge (x \le y \wedge x'(b) \ge y'(b) \Rightarrow x'(a) \ge y'(a)))$, A. $\alpha \in S([a,b], R)$, B. $\beta \in S([a,b], R)$, $S([a,b], R)$ – множество решений уравнения (1), удовлетворяющих неравенствам $\alpha \le x \le \beta$. В работе [1] найдены теоремы существования максимального решения краевой задачи (1)-(3), если H_1 и H_2 принадлежат классам монотонности, для условий 1-B. Наша цель – показать, аналогично тому, как это делается в работе [2], что в работе [1] найдены все теоремы такого типа. Для этого по 235 максимальным теоремам работы [1] при помощи комплекса программ BVP9AB были найдены 650 минимальных примеров. Используя симметрии работы [1], из минимальных примеров были получены 177 порождающих примеров. Если из этих порождающих примеров отбросить примеры, которые были построены в работе [2], то останутся 96 базовых примеров. Построению базовых примеров посвящена эта работа.

Приведем список базовых примеров.

EMb01. + + 0 0. 0 0 0 0. 2 7 9 A
EMb02. + + 0 0. 0 0 0 0. 2 8 9 A
EMb03. + + 0 0. 0 0 0 0. 2 7 9 B
EMb04. + + 0 0. 0 0 0 0. 2 8 9 B

EMb05. + + 0 0. 0 0 0 0. 2 7 A B
EMb06. + + 0 0. 0 0 0 0. 2 8 A B
EMb07. + + 0 0. 0 0 0 0. 2 6 9 A B
EMb08. + + 0 0. 0 0 0 0. 3 6 9 A B
EMb09. + + 0 0. 0 0 0 0. 3 7 9 A B
EMb10. + + 0 0. 0 0 0 0. 4 6 9 A B
EMb11. + 0 + 0. 0 0 0 0. 2 6 9 A B
EMb12. + 0 + 0. 0 0 0 0. 3 6 9 A B
EMb13. + 0 + 0. 0 0 0 0. 3 7 9 A B
EMb14. + 0 + 0. 0 0 0 0. 4 6 9 A B
EMb15. + 0 + 0. 0 0 0 0. 4 7 9 A B
EMb16. + 0 + 0. 0 0 0 0. 4 8 9 A B
EMb17. + 0 0 +. 0 0 0 0. 2 7 9 A
EMb18. + 0 0 +. 0 0 0 0. 2 8 9 A
EMb19. + 0 0 +. 0 0 0 0. 3 8 9 A
EMb20. + 0 0 +. 0 0 0 0. 2 7 9 B
EMb21. + 0 0 +. 0 0 0 0. 2 8 9 B
EMb22. + 0 0 +. 0 0 0 0. 3 8 9 B
EMb23. + 0 0 +. 0 0 0 0. 2 7 A B
EMb24. + 0 0 +. 0 0 0 0. 2 8 A B
EMb25. + 0 0 +. 0 0 0 0. 3 8 A B
EMb26. + 0 0 +. 0 0 0 0. 2 6 9 A B
EMb27. + 0 0 +. 0 0 0 0. 3 6 9 A B
EMb28. + 0 0 +. 0 0 0 0. 3 7 9 A B
EMb29. + 0 0 +. 0 0 0 0. 4 6 9 A B
EMb30. + 0 0 +. 0 0 0 0. 4 7 9 A B
EMb31. + 0 0 +. 0 0 0 0. 4 8 9 A B
EMb32. + 0 0 –. 0 0 0 0. 2 6 A B
EMb33. + 0 0 –. 0 0 0 0. 2 7 A B
EMb34. + 0 0 –. 0 0 0 0. 3 6 A B
EMb35. + 0 0 –. 0 0 0 0. 3 7 A B
EMb36. + 0 0 –. 0 0 0 0. 4 6 A B
EMb37. + 0 0 –. 0 0 0 0. 4 7 A B
EMb38. – 0 0 –. 0 0 0 0. 2 6 9 A
EMb39. – 0 0 –. 0 0 0 0. 2 7 9 A
EMb40. – 0 0 –. 0 0 0 0. 3 6 9 A
EMb41. – 0 0 –. 0 0 0 0. 3 7 9 A
EMb42. – 0 0 –. 0 0 0 0. 4 6 9 A
EMb43. – 0 0 –. 0 0 0 0. 4 7 9 A
EMb44. 0 0 1 0. 0 0 0 0. 3 5 7 A
EMb45. 0 0 1 0. 0 0 0 0. 3 5 8 A
EMb46. 0 0 1 0. 0 0 0 0. 3 6 9 A
EMb47. 0 0 1 0. 0 0 0 0. 3 7 9 A
EMb48. 0 0 1 0. 0 0 0 0. 3 8 9 A
EMb49. 0 0 1 0. 0 0 0 0. 4 5 7 A B
EMb50. 0 0 1 0. 0 0 0 0. 4 5 8 A B

EMb51. 0 0 1 0. 0 0 0 0. 2 6 9 A B
EMb52. 0 0 1 0. 0 0 0 0. 4 6 9 A B
EMb53. 0 0 1 0. 0 0 0 0. 4 7 9 A B
EMb54. 0 0 1 0. 0 0 0 0. 4 8 9 A B
EMb55. 0 0 + +. 0 0 0 0. 3 5 8 A
EMb56. 0 0 + +. 0 0 0 0. 3 7 A
EMb57. 0 0 + +. 0 0 0 0. 4 5 8 A
EMb58. 0 0 + +. 0 0 0 0. 4 7 A
EMb59. 0 0 + +. 0 0 0 0. 3 6 A B
EMb60. 0 0 + +. 0 0 0 0. 4 6 A B
EMb61. 0 0 + −. 0 0 0 0. 3 6 9 A
EMb62. 0 0 + −. 0 0 0 0. 3 7 9 A
EMb63. 0 0 + −. 0 0 0 0. 4 6 9 A
EMb64. 0 0 + −. 0 0 0 0. 2 6 9 A B
EMb65. 0 0 − +. 0 0 0 0. 2 7 9 A
EMb66. 0 0 − +. 0 0 0 0. 2 8 9 A
EMb67. 0 0 − +. 0 0 0 0. 3 7 9 A
EMb68. 0 0 − +. 0 0 0 0. 2 6 9 A B
EMb69. 0 0 − +. 0 0 0 0. 3 6 9 A B
EMb70. 0 0 − +. 0 0 0 0. 4 6 9 A B
EMb71. + 0 0 0. − 0 − 0. 2 6 9 A B
EMb72. + 0 0 0. − 0 − 0. 3 6 9 A B
EMb73. + 0 0 0. − 0 − 0. 3 7 9 A B
EMb74. + 0 0 0. − 0 0 −. 2 7 9 B
EMb75. + 0 0 0. − 0 0 −. 2 7 A B
EMb76. + 0 0 0. − 0 0 −. 2 6 9 A B
EMb77. + 0 0 0. − 0 0 −. 3 6 9 A B
EMb78. + 0 0 0. − 0 0 −. 3 7 9 A B
EMb79. + 0 0 0. − 0 0 −. 4 6 9 A B
EMb80. + 0 0 0. − 0 0 −. 4 7 9 A B
EMb81. + 0 0 0. 0 0 1 0. 3 6 9 A B
EMb82. + 0 0 0. 0 0 1 0. 3 7 9 A B
EMb83. + 0 0 0. 0 0 + −. 3 6 9 A B
EMb84. + 0 0 0. 0 0 + −. 3 7 9 A B
EMb85. + 0 0 0. 0 0 + −. 4 6 9 A B
EMb86. + 0 0 0. 0 0 + −. 4 7 9 A B
EMb87. + 0 0 0. 0 0 − +. 3 7 9 A B
EMb88. + 0 0 0. 0 0 0 1. 2 7 9 B
EMb89. + 0 0 0. 0 0 0 1. 2 7 A B
EMb90. + 0 0 0. 0 0 0 1. 3 7 9 A B
EMb91. + 0 0 0. 0 0 0 1. 4 7 9 A B
EMb92. − 0 0 −. 0 0 − 0. 4 6 9 A B
EMb93. − 0 0 −. 0 0 − 0. 4 7 9 A B
EMb94. 0 0 1 0. 0 0 0 +. 3 6 9 A B
EMb95. 0 0 + −. 0 0 − 0. 4 6 9 A B
EMb96. 0 0 + −. 0 0 − 0. 4 7 9 A B

Построение примеров

EMb01. + + 0 0. 0 0 0 0. 2 7 9 A $a=-1$, $b=1$, $\alpha=0$, $\beta=1-\varepsilon(t-1)^2$, $f=x$

$$H_1x=(\mid x(a)\mid +x(a))(\mid x(b)\mid +x(b))=0, \quad H_2x\equiv 0, \tag{4}$$

здесь и далее $\varepsilon>0$ достаточно мало. Покажем, что максимального решения нет. Пусть x и y – решения краевых задач

$$x''=f(t,x,x'), \quad x(a)=\beta(a), \quad x(b)=\alpha(b), \quad \alpha\le x\le\beta, \tag{5}$$

$$y''=f(t,y,y'), \quad y(a)=\alpha(a), \quad y(b)=\beta(b), \quad \alpha\le y\le\beta. \tag{6}$$

Ясно, что x и y удовлетворяют условиям (4). Если бы максимальное решение z существовало, то $z(a)=\beta(a)$ и $z(b)=\beta(b)$. Но тогда $H_1z>0$.

EMb02. + + 0 0. 0 0 0 0. 2 8 9 A $a=-1$, $b=1$, $\alpha=0$, $\beta=1-\varepsilon t^2$, $f=x$ и (4). Отсутствие максимального решения доказывается аналогично примеру EMb01.

EMb03. + + 0 0. 0 0 0 0. 2 7 9 B $a=-1$, $b=1$, $\alpha=\max\{-(\varepsilon+\operatorname{sh}1)(t+1),(\operatorname{sh}1)(t-1)\}$, $\beta=\operatorname{ch}t$, $f=x$ и (4).

EMb04. + + 0 0. 0 0 0 0. 2 8 9 B $a=-1$, $b=1$, $\alpha=\max\{-(\varepsilon+\operatorname{sh}1)(t+1),(\varepsilon+\operatorname{sh}1)(t-1)\}$, $\beta=\operatorname{ch}t$, $f=x$ и (4).

EMb05. + + 0 0. 0 0 0 0. 2 7 A B $a=-1$, $b=1$, $\alpha=0$, $\beta=\cos\varepsilon(t-1)$, $f=-\varepsilon^2x$ и (4).

EMb06. + + 0 0. 0 0 0 0. 2 8 A B $a=-1$, $b=1$, $\alpha=0$, $\beta=\cos\varepsilon t$, $f=-\varepsilon^2x$ и (4).

EMb07. + + 0 0. 0 0 0 0. 2 6 9 A B $a=-1$, $b=1$, $\alpha=0$, $\beta=1+\varepsilon t$, $f=0$ и (4).

EMb08. + + 0 0. 0 0 0 0. 3 6 9 A B $a=-1$, $b=1$, $\alpha=0$, $\beta=\operatorname{ch}\varepsilon(t+1)$, $f=\varepsilon^2x$ и (4).

EMb09. + + 0 0. 0 0 0 0. 3 7 9 A B $a=-1$, $b=1$, $\alpha=0$, $\beta=1$, $f=0$ и (4).

EMb10. + + 0 0. 0 0 0 0. 4 6 9 A B $a=-1$, $b=1$, $\alpha=0$, $\beta=\operatorname{ch}\varepsilon t$, $f=\varepsilon^2x$ и (4).

EMb11. + 0 + 0. 0 0 0 0. 2 6 9 A B $a=-1$, $b=1$, $\alpha=0$, $\beta=1+\varepsilon t$, $f=0$,

$$H_1x=(\mid x(a)\mid +x(a))(\mid x'(a)-s'(a)\mid +x'(a)-s'(a))=0, \quad H_2x\equiv 0, \tag{7}$$

где s – решение краевой задачи (5). Отсутствие максимального решения доказывается аналогично случаю EMb01.

EMb12. + 0 + 0. 0 0 0 0. 3 6 9 A B $a=-1$, $b=1$, $\alpha=0$, $\beta=\operatorname{ch}\varepsilon(t+1)$, $f=\varepsilon^2x$ и (7).

EMb13. + 0 + 0. 0 0 0 0. 3 7 9 A B $a=-1$, $b=1$, $\alpha=0$, $\beta=1$, $f=0$ и (7).

EMb14. + 0 + 0. 0 0 0 0. 4 6 9 A B $a=-1$, $b=1$, $\alpha=0$, $\beta=\operatorname{ch}\varepsilon t$, $f=\varepsilon^2x$ и (7).

EMb15. + 0 + 0. 0 0 0 0. 4 7 9 A B $a=-1$, $b=1$, $\alpha=0$, $\beta=\operatorname{ch}\varepsilon(t-1)$, $f=\varepsilon^2x$ и (7).

EMb16. + 0 + 0. 0 0 0 0. 4 8 9 A B $a=-1$, $b=1$, $\alpha=0$, $\beta=1-\varepsilon t$, $f=0$ и (7).

EMb17. $+$ 0 0 $+$. 0 0 0 0. 2 7 9 A $a = -1$, $b = 1$, $\alpha = 0$, $\beta = 1 - \varepsilon(t-1)^2$, $f = x$,

$$H_1 x = (\mid x(a) \mid + x(a))(\mid x'(b) - s'(b) \mid + x'(b) - s'(b)) = 0, \quad H_2 x \equiv 0, \tag{8}$$

где s – решение краевой задачи (5). Отсутствие максимального решения доказывается аналогично случаю EMb01.

EMb18. $+$ 0 0 $+$. 0 0 0 0. 2 8 9 A $a = -1$, $b = 1$, $\alpha = 0$, $\beta = 1 - \varepsilon t^2$, $f = x$ и (8).

EMb19. $+$ 0 0 $+$. 0 0 0 0. 3 8 9 A $a = -1$, $b = 1$, $\alpha = 0$, $\beta = 1 - \varepsilon(t+1)^2$, $f = x$ и (8).

EMb20. $+$ 0 0 $+$. 0 0 0 0. 2 7 9 B $a = -1$, $b = 1$, $\alpha = \max\{-(\varepsilon + \operatorname{sh} 1)(t+1), (\operatorname{sh} 1)(t-1)\}$, $\beta = \operatorname{ch} t$, $f = x$ и (8).

EMb21. $+$ 0 0 $+$. 0 0 0 0. 2 8 9 B $a = -1$, $b = 1$, $\alpha = \max\{-(\varepsilon + \operatorname{sh} 1)(t+1), (\varepsilon + \operatorname{sh} 1)(t-1)\}$, $\beta = \operatorname{ch} t$, $f = x$ и (8).

EMb22. $+$ 0 0 $+$. 0 0 0 0. 3 8 9 B $a = -1$, $b = 1$, $\alpha = \max\{-(\operatorname{sh} 1)(t+1), (\varepsilon + \operatorname{sh} 1)(t-1)\}$, $\beta = \operatorname{ch} t$, $f = x$ и (8).

EMb23. $+$ 0 0 $+$. 0 0 0 0. 2 7 A B $a = -1$, $b = 1$, $\alpha = 0$, $\beta = \cos \varepsilon(t-1)$, $f = -\varepsilon^2 x$ и (8).

EMb24. $+$ 0 0 $+$. 0 0 0 0. 2 8 A B $a = -1$, $b = 1$, $\alpha = 0$, $\beta = \cos \varepsilon t$, $f = -\varepsilon^2 x$ и (8).

EMb25. $+$ 0 0 $+$. 0 0 0 0. 3 8 A B $a = -1$, $b = 1$, $\alpha = 0$, $\beta = \cos \varepsilon(t+1)$, $f = -\varepsilon^2 x$ и (8).

EMb26. $+$ 0 0 $+$. 0 0 0 0. 2 6 9 A B $a = -1$, $b = 1$, $\alpha = 0$, $\beta = 1 + \varepsilon t$, $f = 0$ и (8).

EMb27. $+$ 0 0 $+$. 0 0 0 0. 3 6 9 A B $a = -1$, $b = 1$, $\alpha = 0$, $\beta = \operatorname{ch} \varepsilon(t+1)$, $f = \varepsilon^2 x$ и (8).

EMb28. $+$ 0 0 $+$. 0 0 0 0. 3 7 9 A B $a = -1$, $b = 1$, $\alpha = 0$, $\beta = 1$, $f = 0$ и (8).

EMb29. $+$ 0 0 $+$. 0 0 0 0. 4 6 9 A B $a = -1$, $b = 1$, $\alpha = 0$, $\beta = \operatorname{ch} \varepsilon t$, $f = \varepsilon^2 x$ и (8).

EMb30. $+$ 0 0 $+$. 0 0 0 0. 4 7 9 A B $a = -1$, $b = 1$, $\alpha = 0$, $\beta = \operatorname{ch} \varepsilon(t-1)$, $f = \varepsilon^2 x$ и (8).

EMb31. $+$ 0 0 $+$. 0 0 0 0. 4 8 9 A B $a = -1$, $b = 1$, $\alpha = 0$, $\beta = 1 - \varepsilon t$, $f = 0$ и (8).

EMb32. $+$ 0 0 $-$. 0 0 0 0. 2 6 A B $a = -1$, $b = \pi$, $\alpha = -2 - \varepsilon t$, $t \in [-1, 0]$, $\alpha = -2 - \varepsilon \operatorname{sh} t$, $t \in [0, \pi]$, $\beta = 1$, $f = 0$, $t \in [-1, 0)$, $f = 0$, $t \in [0, \pi]$, $x \in [0, \infty)$, $f = -x$, $t \in [0, \pi]$, $x \in [-1, 0]$, $f = x + 2$, $t \in [0, \pi]$, $x \in (-\infty, -1]$,

$$H_1 x = (\mid x(a) \mid + x(a))(\mid x'(b) - 1 \mid - x'(b) + 1) = 0, \quad H_2 x \equiv 0. \tag{9}$$

Покажем, что максимального решения нет. Из существования решений $x = -t$, $t \in [-1, 0]$, $x = -\sin t$, $t \in [0, \pi]$, $y = (t+1)/(\pi+1)$ следует, что только β может быть максимальным решением. Но $H_1 \beta > 0$.

EMb33. $+$ 0 0 $-$. 0 0 0 0. 2 7 A B $a = -1$, $b = \pi$, $\alpha = -2 + \varepsilon \operatorname{ch} \pi - \varepsilon t \operatorname{sh} \pi$, $t \in [-1, 0]$, $\alpha = -2 + \varepsilon \operatorname{ch}(t - \pi)$, $t \in [0, \pi]$, $\beta = 1$, $f = 0$, $t \in [-1, 0)$, $f = 0$, $t \in [0, \pi]$, $x \in [0, \infty)$, $f = -x$, $t \in [0, \pi]$, $x \in [-1, 0]$, $f = x + 2$, $t \in [0, \pi]$, $x \in (-\infty, -1]$ и (9).

EMb34. + 0 0 –. 0 0 0 0. 3 6 A B $a=-1$, $b=\pi$, $\alpha=-2-\varepsilon$, $t\in[-1,0]$, $\alpha=-2-\varepsilon\operatorname{ch}t$, $t\in[0,\pi]$, $\beta=1$, $f=0$, $t\in[-1,0)$, $f=0$, $t\in[0,\pi]$, $x\in[0,\infty)$, $f=-x$, $t\in[0,\pi]$, $x\in[-1,0]$, $f=x+2$, $t\in[0,\pi]$, $x\in(-\infty,-1]$ и (9).

EMb35. + 0 0 –. 0 0 0 0. 3 7 A B $a=-1$, $b=\pi$, $\alpha=-2$, $\beta=1$, $f=0$, $t\in[-1,0)$, $f=0$, $t\in[0,\pi]$, $x\in[0,\infty)$, $f=-x$, $t\in[0,\pi]$, $x\in[-1,0]$, $f=x+2$, $t\in[0,\pi]$, $x\in(-\infty,-1]$ и (9).

EMb36. + 0 0 –. 0 0 0 0. 4 6 A B $a=-1$, $b=\pi$, $\alpha=-2-\varepsilon\operatorname{ch}\pi/2+\varepsilon t\operatorname{sh}\pi/2$, $t\in[-1,0]$, $\alpha=-2-\varepsilon\operatorname{ch}(t-\pi/2)$, $t\in[0,\pi]$, $\beta=1$, $f=0$, $t\in[-1,0)$, $f=0$, $t\in[0,\pi]$, $x\in[0,\infty)$, $f=-x$, $t\in[0,\pi]$, $x\in[-1,0]$, $f=x+2$, $t\in[0,\pi]$, $x\in(-\infty,-1]$ и (9).

EMb37. + 0 0 –. 0 0 0 0. 4 7 A B $a=-1$, $b=\pi$, $\alpha=-2-\varepsilon\operatorname{ch}\pi+\varepsilon t\operatorname{sh}\pi$, $t\in[-1,0]$, $\alpha=-2-\varepsilon\operatorname{ch}(t-\pi)$, $t\in[0,\pi]$, $\beta=1$, $f=0$, $t\in[-1,0)$, $f=0$, $t\in[0,\pi]$, $x\in[0,\infty)$, $f=-x$, $t\in[0,\pi]$, $x\in[-1,0]$, $f=x+2$, $t\in[0,\pi]$, $x\in(-\infty,-1]$ и (9).

EMb38. – 0 0 –. 0 0 0 0. 2 6 9 A $a=-1$, $b=1$, $\alpha=0$, $\beta=1+\varepsilon t$, $f=x$,

$$H_1x=-(\mid x(a)\mid+x(a))(\mid x'(b)-4\varepsilon\mid+x'(b)-4\varepsilon)=0,\quad H_2x\equiv 0. \tag{10}$$

Покажем, что максимального решения нет. Обозначим через z решение задачи Дирихле

$$z''=f(t,z,z'),\quad z(a)=\beta(a),\quad z(b)=\beta(b),\quad \alpha\le z\le\beta, \tag{11}$$

через x – решение краевой задачи

$$x''=f(t,x,x'),\quad x(a)=\beta(a),\quad x'(b)=0,\quad \alpha\le x\le z \tag{12}$$

и через y – решение краевой задачи (6). Ясно, что максимальное решение EMb38 должно совпадать с z, но $H_1z>0$.

EMb39. – 0 0 –. 0 0 0 0. 2 7 9 A $a=-1$, $b=1$, $\alpha=0$, $\beta=1-\varepsilon(t-1)^2$, $f=x$ и (10).

EMb40. – 0 0 –. 0 0 0 0. 3 6 9 A $a=-1$, $b=1$, $\alpha=0$, $\beta=1+\varepsilon(t+1)^2$, $f=x$ и (10).

EMb41. – 0 0 –. 0 0 0 0. 3 7 9 A $a=-1$, $b=1$, $\alpha=0$, $\beta=1$, $f=x$ и (10).

EMb42. – 0 0 –. 0 0 0 0. 4 6 9 A $a=-1$, $b=1$, $\alpha=0$, $\beta=1+\varepsilon t^2$, $f=x$ и (10).

EMb43. – 0 0 –. 0 0 0 0. 4 7 9 A $a=-1$, $b=1$, $\alpha=0$, $\beta=1+\varepsilon(t-1)^2$, $f=x$ и (10).

EMb44. 0 0 1 0. 0 0 0 0. 3 5 7 A Пусть $c\in(0,\pi)$ – корень уравнения $\cos^3 c=27\sin^2 c$, $a=-1$, $b=\pi+1$, α – решение краевой задачи

$$\alpha''=f(t,\alpha,\alpha'),\quad \alpha'(a)=0,\quad \alpha(b)=0,\quad \alpha'(b)=0,\alpha(t)<0,\quad t\in[a,\pi-c), \tag{13}$$

$\beta=1$, $t\in[-1,\pi]$, $\beta=(\pi+1-t)^3$, $t\in[\pi,\pi+1]$, $f=0$, $t\in[-1,0)$, $f=0$, $t\in[0,\pi]$, $x\in[0,\infty)$, $f=6x^{1/3}$, $t\in[\pi,\pi+1]$, $x\in[0,\infty)$, $f=-x$, $t\in[0,\pi-c)$, $x\in[-1,0]$, $f=x+2$, $t\in[0,\pi-c)$, $x\in(-\infty,-1]$, $f=6x^{1/3}$, $t\in[\pi-c,\pi+1]$, $x\in(-\infty,0]$,

$$H_1x=-x'(a)(x'(a)+1)=0,\quad H_2x\equiv 0. \tag{14}$$

Покажем, что максимального решения нет. Обозначим через x решение задачи Коши

$$x''=f(t,x,x'),\quad x(a)=1,\quad x'(a)=-1,\quad \alpha\le x\le\beta.$$

Пусть $y=0$. Ясно, что x и y удовлетворяют условиям (14) и максимальное решение EMb44 должно совпадать с решением z задачи (11), но $H_1z>0$.

EMb45. 0 0 1 0. 0 0 0 0. 3 5 8 A $a = -1$, $b = \pi$, α – решение краевой задачи

$$\alpha'' = f(t, \alpha, \alpha'), \quad \alpha'(a) = 0, \quad \alpha(b) = 0, \quad \alpha(t) < 0, \quad t \in [a, b),$$

$\beta = 1$, $t \in [-1, 0]$, $\beta = 1 - t/\pi$, $t \in [0, \pi]$, $f = 0$, $t \in [-1, 0)$, $f = 0$, $t \in [0, \pi]$, $x \in [0, \infty)$, $f = -x$, $t \in [0, \pi]$, $x \in [-1, 0]$, $f = x + 2$, $t \in [0, \pi]$, $x \in (-\infty, -1]$ и (14). Отсутствие максимального решения доказывается аналогично примеру EMb44.

EMb46. 0 0 1 0. 0 0 0 0. 3 6 9 A $a = -1$, $b = 1$, $\alpha = 0$, $\beta = 1 + \varepsilon(t + 1)^2$, $f = x$,

$$H_1 x = x'(a)(x'(a) - s'(a)) = 0, \quad H_2 x \equiv 0, \tag{15}$$

где s – решение краевой задачи (5). Покажем, что максимального решения нет. Обозначим через y решение краевой задачи

$$y'' = f(t, y, y'), \quad y'(a) = 0, \quad y(b) = \beta(b), \quad \alpha \le y \le \beta. \tag{16}$$

Ясно, что максимальное решение EMb46 должно совпадать с решением z задачи (11), но $H_1 z < 0$.

EMb47. 0 0 1 0. 0 0 0 0. 3 7 9 A $a = -1$, $b = 1$, $\alpha = 0$, $\beta = 1$, $f = x$ и (15).

EMb48. 0 0 1 0. 0 0 0 0. 3 8 9 A $a = -1$, $b = 1$, $\alpha = 0$, $\beta = 1 - \varepsilon(t+1)^2$, $f = x$ и (15).

EMb49. 0 0 1 0. 0 0 0 0. 4 5 7 A B Пусть $c \in (0, \pi)$ – корень уравнения $\cos^3 c = 27 \sin^2 c$, $d \in (0, 1)$ – корень уравнения $2d^3 - 3(\pi + 2)d^2 + 1 = 0$, $a = -1$, $b = \pi + 1$, α – решение краевой задачи (13), $\beta = d^3 - 3d^2(t - \pi - 1 + d)$, $t \in [-1, \pi + 1 - d]$, $\beta = (\pi + 1 - t)^3$, $t \in [\pi + 1 - d, \pi + 1]$, $f = 0$, $t \in [-1, 0)$, $f = 0$, $t \in [0, \pi + 1 - d)$, $x \in [0, \infty)$, $f = 6x^{1/3}$, $t \in [\pi + 1 - d, \pi + 1]$, $x \in [0, \infty)$, $f = -x$, $t \in [0, \pi - c)$, $x \in [-1, 0]$, $f = x + 2$, $t \in [0, \pi - c)$, $x \in (-\infty, -1]$, $f = 6x^{1/3}$, $t \in [\pi - c, \pi + 1]$, $x \in (-\infty, 0]$ и (14). Отсутствие максимального решения доказывается аналогично примеру EMb44.

EMb50. 0 0 1 0. 0 0 0 0. 4 5 8 A B $a = -1$, $b = \pi$, α – решение краевой задачи

$$\alpha'' = f(t, \alpha, \alpha'), \quad \alpha'(a) = 0, \quad \alpha(b) = 0, \quad \alpha(t) < 0, \quad t \in [a, b),$$

$\beta = (\pi - t)/(\pi + 1)$, $f = 0$, $t \in [-1, 0)$, $f = 0$, $t \in [0, \pi]$, $x \in [0, \infty)$, $f = -x$, $t \in [0, \pi]$, $x \in [-1, 0]$, $f = x + 2$, $t \in [0, \pi]$, $x \in (-\infty, -1]$ и (14). Отсутствие максимального решения доказывается аналогично примеру EMb44.

EMb51. 0 0 1 0. 0 0 0 0. 2 6 9 A B $a = 0$, $b = 1$, $\alpha = 0$, $\beta = (t + 1)/2$, $f = 0$,

$$H_1 x = x'(a)(1 - x'(a)) = 0, \quad H_2 x \equiv 0. \tag{17}$$

Покажем, что максимального решения нет. Пусть $x = 1/2$ и $y = t$. Ясно, что x и y удовлетворяют условиям (17). Следовательно, максимальным решением может быть только β, но $H_1 \beta > 0$.

EMb52. 0 0 1 0. 0 0 0 0. 4 6 9 A B $a = -1$, $b = \varepsilon$, $\alpha = 0$, $\beta = \operatorname{ch} t$, $f = x$,

$$H_1 x = x'(a)(s'(a) - x'(a)) = 0, \quad H_2 x \equiv 0, \tag{18}$$

где s – решение краевой задачи (5). Покажем, что максимального решения нет. Пусть $x = s$ и y – решение краевой задачи (16). Ясно, что x и y удовлетворяют условиям (17). Следовательно, максимальным решением может быть только β, но $H_1 \beta > 0$.

EMb53. 0 0 1 0. 0 0 0 0. 4 7 9 A B $a=-1$, $b=0$, $\alpha=0$, $\beta=\operatorname{ch} t$, $f=x$ и (18).

EMb54. 0 0 1 0. 0 0 0 0. 4 8 9 A B $a=-1$, $b=-\varepsilon$, $\alpha=0$, $\beta=\operatorname{ch} t$, $f=x$ и (18).

EMb55. 0 0 + +. 0 0 0 0. 3 5 8 A $a=-1$, $b=\pi$, α – решение краевой задачи

$$\alpha''=f(t,\alpha,\alpha'),\quad \alpha'(a)=0,\quad \alpha(b)=0,\quad \alpha(t)<0,\quad t\in[a,b),$$

$\beta=1$, $t\in[-1,0]$, $\beta=1-t/\pi$, $t\in[0,\pi]$, $f=0$, $t\in[-1,0)$, $f=0$, $t\in[0,\pi]$, $x\in[0,\infty)$, $f=-x$, $t\in[0,\pi]$, $x\in[-1,0]$, $f=x+2$, $t\in[0,\pi]$, $x\in(-\infty,-1]$,

$$H_1x=(\mid x'(a)\mid -x'(a))(x'(b)-s'(b)-\mid x'(b)-s'(b)\mid)=0,\quad H_2x\equiv 0,\tag{19}$$

где s – решение задачи Коши

$$s''=f(t,s,s'),\quad s(a)=1,\quad s'(a)=-1,\quad \alpha\le s\le\beta.$$

Отсутствие максимального решения доказывается аналогично примеру EMb44.

EMb56. 0 0 + +. 0 0 0 0. 3 7 A $a=-1$, $b=\pi$, α – решение краевой задачи

$$\alpha''=f(t,\alpha,\alpha'),\quad \alpha'(a)=0,\quad \alpha'(b)=\beta'(b),\quad \alpha<-2,\tag{20}$$

$\beta=1$, $t\in[-1,0]$, $\beta=1-t/\pi$, $t\in[0,\pi]$, $f=0$, $t\in[-1,0)$, $f=0$, $t\in[0,\pi]$, $x\in[0,\infty)$, $f=-x$, $t\in[0,\pi]$, $x\in[-1,0]$, $f=x+2$, $t\in[0,\pi]$, $x\in(-\infty,-1]$ и (19). Отсутствие максимального решения доказывается аналогично примеру EMb44.

EMb57. 0 0 + +. 0 0 0 0. 4 5 8 A $a=-1$, $b=\pi$, α – решение краевой задачи

$$\alpha''=f(t,\alpha,\alpha'),\quad \alpha'(a)=\varepsilon,\quad \alpha(b)=0,\quad \alpha(t)<0,\quad t\in[a,b),\tag{21}$$

$\beta=1$, $t\in[-1,0]$, $\beta=1-t/\pi$, $t\in[0,\pi]$, $f=0$, $t\in[-1,0)$, $f=0$, $t\in[0,\pi]$, $x\in[0,\infty)$, $f=-x$, $t\in[0,\pi]$, $x\in[-1,0]$, $f=x+2$, $t\in[0,\pi]$, $x\in(-\infty,-1]$ и (19). Отсутствие максимального решения доказывается аналогично примеру EMb44.

EMb58. 0 0 + +. 0 0 0 0. 4 7 A $a=-1$, $b=\pi$, α – решение краевой задачи

$$\alpha''=f(t,\alpha,\alpha'),\quad \alpha'(a)=\varepsilon,\quad \alpha'(b)=\beta'(b),\quad \alpha<-2,\tag{22}$$

$\beta=1$, $t\in[-1,0]$, $\beta=1-t/\pi$, $t\in[0,\pi]$, $f=0$, $t\in[-1,0)$, $f=0$, $t\in[0,\pi]$, $x\in[0,\infty)$, $f=-x$, $t\in[0,\pi]$, $x\in[-1,0]$, $f=x+2$, $t\in[0,\pi]$, $x\in(-\infty,-1]$ и (19). Отсутствие максимального решения доказывается аналогично примеру EMb44.

EMb59. 0 0 + +. 0 0 0 0. 3 6 A B $a=-\pi$, $b=1$, α – решение краевой задачи

$$\alpha''=f(t,\alpha,\alpha'),\quad \alpha'(a)=\beta'(a),\quad \alpha'(b)=0,\quad \alpha<-2,\tag{23}$$

$\beta=(t+\pi)/(1+\pi)$, $f=0$, $t\in[-\pi,0)$, $x\in[0,\infty)$, $f=-x$, $t\in[-\pi,0)$, $x\in[-1,0]$, $f=x+2$, $t\in[-\pi,0)$, $x\in(-\infty,-1]$, $f=0$, $t\in[0,1]$,

$$H_1x=(\mid x'(a)-s'(a)\mid +x'(a)-s'(a))(\mid x'(b)\mid +x'(b))=0,\quad H_2x\equiv 0,\tag{24}$$

где s – решение задачи Коши

$$s''=f(t,s,s'),\quad s(1)=1,\quad s'(1)=1.\tag{25}$$

Покажем, что максимального решения нет. Пусть $x=s$ и $y=0$. Ясно, что x и y удовлетворяют условиям (24). Следовательно, максимальным решением может быть только β, но $H_1\beta>0$.

EMb60. 0 0 + +. 0 0 0 0. 4 6 A B $a = -\pi$, $b = 1$, α – решение краевой задачи

$$\alpha'' = f(t, \alpha, \alpha'), \quad \alpha'(a) = \beta'(a) + \varepsilon, \quad \alpha'(b) = 0, \quad \alpha < -2, \tag{26}$$

$\beta = (t+\pi)/(1+\pi)$, $f = 0$, $t \in [-\pi, 0)$, $x \in [0, \infty)$, $f = -x$, $t \in [-\pi, 0)$, $x \in [-1, 0]$, $f = x + 2$, $t \in [-\pi, 0)$, $x \in (-\infty, -1]$, $f = 0$, $t \in [0, 1]$ и (24).

EMb61. 0 0 + –. 0 0 0 0. 3 6 9 A $a = -1$, $b = 1$, $\alpha = 0$, $\beta = 1 + \varepsilon(t+1)^2$, $f = x$,

$$H_1 x = (x'(a) + 2\varepsilon - \mid x'(a) + 2\varepsilon \mid)(\mid x'(b) \mid + x'(b)) = 0, \quad H_2 x \equiv 0. \tag{27}$$

Покажем, что максимального решения нет. Пусть x – решение краевой задачи (12), а y – решение краевой задачи (16). Ясно, что x и y удовлетворяют условиям (27). Следовательно, максимальное решение z должно удовлетворять условиям $z(a) = \beta(a)$ и $z(b) = \beta(b)$, но тогда $H_1 z < 0$.

EMb62. 0 0 + –. 0 0 0 0. 3 7 9 A $a = -1$, $b = 1$, $\alpha = 0$, $\beta = 1$, $f = x$ и (27).

EMb63. 0 0 + –. 0 0 0 0. 4 6 9 A $a = -1$, $b = 1$, $\alpha = 0$, $\beta = 1 + \varepsilon t^2$, $f = x$ и (27).

EMb64. 0 0 + –. 0 0 0 0. 2 6 9 A B $a = 0$, $b = 1$, $\alpha = 0$, $\beta = (t+1)/2$, $f = 0$,

$$H_1 x = (\mid x'(a) \mid + x'(a))(\mid x'(b) - 1 \mid - x'(b) + 1) = 0, \quad H_2 x \equiv 0.$$

Отсутствие максимального решения доказывается аналогично примеру EMb51.

EMb65. 0 0 – +. 0 0 0 0. 2 7 9 A $a = -1$, $b = 1$, $\alpha = 0$, $\beta = 1 - \varepsilon(t-1)^2$, $f = x$,

$$H_1 x = (\mid x'(a) \mid - x'(a))(\mid x'(b) \mid + x'(b)) = 0, \quad H_2 x \equiv 0. \tag{28}$$

Отсутствие максимального решения доказывается аналогично примеру EMb61.

EMb66. 0 0 – +. 0 0 0 0. 2 8 9 A $a = -1$, $b = 1$, $\alpha = 0$, $\beta = 1 - \varepsilon t^2$, $f = x$ и (28).

EMb67. 0 0 – +. 0 0 0 0. 3 7 9 A $a = -1$, $b = 1$, $\alpha = 0$, $\beta = 1$, $f = x$ и (28).

EMb68. 0 0 – +. 0 0 0 0. 2 6 9 A B $a = \varepsilon$, $b = 1$, $\alpha = 0$, $\beta = \operatorname{ch} t$, $f = x$,

$$H_1 x = (\mid x'(a) - s'(a) \mid - x'(a) + s'(a))(\mid x'(b) \mid + x'(b)) = 0, \quad H_2 x \equiv 0, \tag{29}$$

где s – решение краевой задачи (6). Покажем, что максимального решения нет. Пусть x – решение краевой задачи (12) и $y = s$. Ясно, что x и y удовлетворяют условиям (29). Следовательно, максимальное решение совпадает с β, но $H_1 \beta > 0$.

EMb69. 0 0 – +. 0 0 0 0. 3 6 9 A B $a = 0$, $b = 1$, $\alpha = 0$, $\beta = \operatorname{ch} t$, $f = x$ и (29).

EMb70. 0 0 – +. 0 0 0 0. 4 6 9 A B $a = -\varepsilon$, $b = 1$, $\alpha = 0$, $\beta = \operatorname{ch} t$, $f = x$ и (29).

EMb71. + 0 0 0. – 0 – 0. 2 6 9 A B $a = \varepsilon$, $b = 1$, $\alpha = 0$, $\beta = \operatorname{ch} t$, $f = x$,

$$\begin{gathered} H_1 x = \mid x(a) - \beta(a)/2 \mid + x(a) - \beta(a)/2 = 0, \\ H_2 x = -(\mid x(a) \mid + x(a))(\mid x'(a) - \operatorname{sh} \varepsilon \mid + x'(a) - \operatorname{sh} \varepsilon) = 0. \end{gathered} \tag{30}$$

Покажем, что максимального решения нет. Пусть $x = (\operatorname{ch} t)/2$ и y –решение краевой задачи (6). Ясно, что x и y удовлетворяют условиям (30). Следовательно, максимальное решение z должно удовлетворять условиям $z(a) = x(a)$ и $z(b) = \beta(b)$, но тогда $H_2 z < 0$.

EMb72. + 0 0 0. – 0 – 0. 3 6 9 A B $a = 0$, $b = 1$, $\alpha = 0$, $\beta = \operatorname{ch} t$, $f = x$ и (30).

EMb73. + 0 0 0. – 0 – 0. 3 7 9 A B $a = 0$, $b = 1$, $\alpha = 0$, $\beta = 1$, $f = 0$ и (30). Отсутствие максимального решения доказывается аналогично примеру EMb71.

EMb74. + 0 0 0. – 0 0 –. 2 7 9 B $a = -1$, $b = 1$, $\alpha = -1 - t$, $t \in [-1, 0]$, $\alpha = -1$, $t \in [0, 1]$, $\beta = 2$, $f = 0$,

$$\begin{gathered} H_1 x = \mid x(a) - \beta(a)/2 \mid + x(a) - \beta(a)/2 = 0, \\ H_2 x = -(\mid x(a) \mid + x(a))(\mid x'(b) - \varepsilon \mid + x'(b) - \varepsilon) = 0. \end{gathered} \tag{31}$$

Покажем, что максимального решения нет. Пусть $x = \beta/2$ и y –решение краевой задачи (6). Ясно, что x и y удовлетворяют условиям (31). Следовательно, максимальное решение z должно удовлетворять условиям $z(a) = \beta(a)/2$ и $z(b) = \beta(b)$, но тогда $H_2 z < 0$.

EMb75. + 0 0 0. – 0 0 –. 2 7 A B $a = -1$, $b = 1$, $\alpha = 0$, $\beta = \cos \varepsilon(t-1)$, $f = -\varepsilon^2 x$ и (31).

EMb76. + 0 0 0. – 0 0 –. 2 6 9 A B $a = -1$, $b = 1$, $\alpha = 0$, $\beta = 1 + \varepsilon t$, $f = 0$ и (31).

EMb77. + 0 0 0. – 0 0 –. 3 6 9 A B $a = -1$, $b = 1$, $\alpha = 0$, $\beta = \operatorname{ch} \varepsilon(t+1)$, $f = \varepsilon^2 x$ и (31).

EMb78. + 0 0 0. – 0 0 –. 3 7 9 A B $a = -1$, $b = 1$, $\alpha = 0$, $\beta = 1$, $f = 0$ и (31).

EMb79. + 0 0 0. – 0 0 –. 4 6 9 A B $a = -1$, $b = 1$, $\alpha = 0$, $\beta = \operatorname{ch} \varepsilon t$, $f = \varepsilon^2 x$ и (31).

EMb80. + 0 0 0. – 0 0 –. 4 7 9 A B $a = -1$, $b = 1$, $\alpha = 0$, $\beta = \operatorname{ch} \varepsilon(t-1)$, $f = \varepsilon^2 x$ и (31).

EMb81. + 0 0 0. 0 0 1 0. 3 6 9 A B $a = 0$, $b = 1$, $\alpha = 0$, $\beta = \operatorname{ch} \varepsilon t$, $f = \varepsilon^2 x$,

$$\begin{gathered} H_1 x = \mid x(a) - 1/2 \mid + x(a) - 1/2 = 0, \\ H_2 x = x'(a)(x'(a) - s'(a)) = 0, \end{gathered} \tag{32}$$

где s – решение краевой задачи (6). Покажем, что максимального решения нет. Пусть $x = \beta/2$, а y – решение краевой задачи (6). Ясно, что x и y удовлетворяют условиям (32). Следовательно, максимальное решение z должно удовлетворять условиям $z(a) = 1/2$ и $z(b) = \beta(b)$, но тогда $H_2 z < 0$.

EMb82. + 0 0 0. 0 0 1 0. 3 7 9 A B $a = 0$, $b = 1$, $\alpha = 0$, $\beta = 1$, $f = 0$ и (32).

EMb83. + 0 0 0. 0 0 + –. 3 6 9 A B $a = -1$, $b = 1$, $\alpha = -\varepsilon \operatorname{ch}(t+1)$, $\beta = 2$, $f = 0$, $x \in [0, \infty)$, $f = x$, $x \in (-\infty, 0]$,

$$\begin{gathered} H_1 x = \mid x(a) - 1 \mid + x(a) - 1 = 0, \\ H_2 x = x'(a) - \varphi(x'(b)) = 0, \end{gathered} \tag{33}$$

где $\varphi(y) = y - \max\{\varepsilon y(1-y), 0\}$. Покажем, что максимального решения нет. Пусть $x = 1$ и $y = t + 1$. Ясно, что x и y удовлетворяют условиям (33). Следовательно, максимальное решение $z = (t+3)/2$, но тогда $H_2 z > 0$.

EMb84. + 0 0 0. 0 0 + –. 3 7 9 A B $a = -1$, $b = 1$, $\alpha = 0$, $\beta = 2$, $f = 0$ и (33).

EMb85. + 0 0 0. 0 0 + –. 4 6 9 A B $a = -1$, $b = 1$, $\alpha = -\varepsilon \operatorname{ch} t$, $\beta = 2$, $f = 0$, $x \in [0, \infty)$, $f = x$, $x \in (-\infty, 0]$ и (33).

EMb86. + 0 0 0. 0 0 + –. 4 7 9 A B $a = -1$, $b = 1$, $\alpha = -\varepsilon \operatorname{ch}(t-1)$, $\beta = 2$, $f = 0$, $x \in [0, \infty)$, $f = x$, $x \in (-\infty, 0]$ и (33).

EMb87. + 0 0 0. 0 0 – +. 3 7 9 A B $a = -1$, $b = 1$, $\alpha = 0$, $\beta = 2$, $f = 0$,

$$H_1 x = \mid x(a) - 1 \mid + x(a) - 1 = 0,$$

$$H_2 x = -x'(a) + \varphi(x'(b)) = 0.$$

Отсутствие максимального решения доказывается аналогично примеру EMb83.

EMb88. + 0 0 0. 0 0 0 1. 2 7 9 B $a = -1$, $b = 1$, $\alpha = -t - 1$, $t \in [-1, 0]$, $\alpha = -1$, $t \in [0, 1]$, $\beta = 2$, $f = 0$,

$$\begin{gathered} H_1 x = \mid x(a) - 1 \mid + x(a) - 1 = 0, \\ H_2 x = x'(b)(x'(b) - 1) = 0. \end{gathered} \tag{34}$$

Отсутствие максимального решения доказывается аналогично примеру EMb83.

EMb89. + 0 0 0. 0 0 0 1. 2 7 A B $a = -1$, $b = \pi$, $\alpha = -2 + \varepsilon \operatorname{ch}(t - \pi)$, $\beta = 2$, $f = 0$, $t \in [-1, 0)$, $f = 0$, $t \in [0, \pi]$, $x \in [0, \infty)$, $f = -x$, $t \in [0, \pi]$, $x \in [-1, 0]$, $f = x + 2$, $t \in [0, \pi]$, $x \in (-\infty, -1]$,

$$\begin{gathered} H_1 x = \mid x(a) - 1 \mid + x(a) - 1 = 0, \\ H_2 x = x'(b)(x'(b) - 2/(\pi + 1))(x'(b) - 1) = 0. \end{gathered} \tag{35}$$

Покажем, что максимального решения нет. Пусть $x = -t$, $t \in [-1, 0]$, $x = -\sin t$, $t \in [0, \pi]$ и $y = 2(t + 1)/(\pi + 1)$. Ясно, что x и y удовлетворяют условиям (35). Следовательно, максимальное решение $z = 1 + (t + 1)/(\pi + 1)$, но тогда $H_2 z > 0$.

EMb90. + 0 0 0. 0 0 0 1. 3 7 9 A B $a = -1$, $b = 1$, $\alpha = 0$, $\beta = 2$, $f = 0$ и (34). Отсутствие максимального решения доказывается аналогично примеру EMb83.

EMb91. + 0 0 0. 0 0 0 1. 4 7 9 A B $a = -1$, $b = 1$, $\alpha = -\varepsilon \operatorname{ch}(t-1)$, $\beta = 2$, $f = 0$, $x \in [0, \infty)$, $f = x$, $x \in (-\infty, 0]$ и (34).

EMb92. – 0 0 –. 0 0 – 0. 4 6 9 A B $a = -1$, $b = \varepsilon$, $\alpha = 0$, $\beta = \operatorname{ch} t$, $f = x$,

$$\begin{gathered} H_1 x = -(\mid x(a) \mid + x(a))(\mid x'(b) - \operatorname{sh} \varepsilon \mid + x'(b) - \operatorname{sh} \varepsilon) = 0, \\ H_2 x = \mid x'(a) + (\operatorname{sh} 1)/2 \mid - x'(a) - (\operatorname{sh} 1)/2 = 0. \end{gathered} \tag{36}$$

Покажем, что максимального решения нет. Пусть $x = (\operatorname{ch} t)/2$ и y – решения краевой задачи (6). Ясно, что x и y удовлетворяют условиям (36). Следовательно, максимальное решение z должно удовлетворять условиям $z(\varepsilon) = \beta(\varepsilon)$ и $z'(\varepsilon) = \beta'(\varepsilon)$, но тогда $H_2 z > 0$.

EMb93. – 0 0 –. 0 0 – 0. 4 7 9 A B $a = -1$, $b = 0$, $\alpha = 0$, $\beta = \operatorname{ch} t$, $f = x$ и (36). Отсутствие максимального решения доказывается аналогично примеру EMb92.

EMb94. 0 0 1 0. 0 0 0 +. 3 6 9 A B $a=0$, $b=1$, $\alpha=0$, $\beta=\operatorname{ch} t$, $f=x$,

$$\begin{gathered} H_1x = x'(a)(x'(a)-s'(a))=0, \\ H_2x = \mid x'(b)-(\operatorname{sh}1)/2 \mid + x'(b)-(\operatorname{sh}1)/2=0, \end{gathered} \tag{37}$$

где s – решение краевой задачи (5).Покажем, что максимального решения нет. Пусть $x=s$ и $y=(\operatorname{ch} t)/2$. Ясно, что x и y удовлетворяют условиям (37). Следовательно, максимальное решение z удовлетворяет условиям $z(a)=\beta(a)$ и $z'(a)=\beta'(a)$, но тогда $H_2z>0$.

EMb95. 0 0 + –. 0 0 – 0. 4 6 9 A B $a=-1$, $b=1$, $\alpha=-\operatorname{ch} t$, $\beta=\operatorname{ch} t$, $f=x$,

$$\begin{gathered} H_1x = x'(a)-\delta(-\operatorname{sh}1, x'(a), \operatorname{sh}1) - x'(b) + \delta(-\operatorname{sh}1, x'(b), \operatorname{sh}1)=0, \\ H_2x = \mid x'(a) \mid - x'(a)=0, \end{gathered} \tag{38}$$

где при $x\le z$, $\delta(x,y,z)=x$ при $y<x$, $\delta(x,y,z)=y$ при $x\le y\le z$ и $\delta(x,y,z)=z$ при $y>z$. Покажем, что максимального решения нет. Пусть x – решение краевой задачи

$$x''=f(t,x,x'), \quad x'(a)=0, \quad x'(b)=\beta'(b),$$

а y – решение краевой задачи (6). Ясно, что x и y удовлетворяют условиям (38). Следовательно, максимальное решение z удовлетворяет условиям $0\le z'(a)<\alpha'(a)$ и $z(b)=\beta(b)$, но тогда $H_1z<0$.

EMb96. 0 0 + –. 0 0 – 0. 4 7 9 A B $a=-1$, $b=0$, $\alpha=-\operatorname{ch} t$, $\beta=\operatorname{ch} t$, $f=x$,

$$\begin{gathered} H_1x = x'(a)-\delta(-\operatorname{sh}1, x'(a), \operatorname{sh}1) - x'(b)/\operatorname{ch}1=0, \\ H_2x = \mid x'(a) \mid - x'(a)=0. \end{gathered} \tag{39}$$

Покажем, что максимального решения нет. Пусть $x=0$, а y – решение краевой задачи (6). Можно убедиться, что x и y удовлетворяют условиям (39). Следовательно, максимальное решение z удовлетворяет условиям $0\le z'(a)<\operatorname{sh}1$ и $z(b)=\beta(b)$. Легко убедиться, что такое решение не удовлетворяет условию $H_1z=0$.

Список литературы

[1] Лепин Л.А. Краевые задачи с максимальным решением // LU MII Zinātniskie raksti, 4.sējums, Rīga, 2004, 67-72.

[2] Лепин А.Я., Лепин Л.А. Краевые задачи для обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка. Зинатне, Рига (1988).

L. Lepin. On non-existence of a maximal solution for boundary value problems.

Summary. Examples are constructed of non-existence of maximal solutions for various second order boundary value problems.

1991 MSC 34B99

L. Lepins. Par robežproblēmu maksimālo atrisinājumu neeksistenci.

Anotācija. Tiek konstruēti otrās kārtas robežproblēmu piemēri, kad neeksistē maksimālais atrisinājums.

Institute of Mathematics
and Computer Science,
University of Latvia
Riga, Rainis blvd 29

Received 07.01.2005