Latvijas Universitātes Zinātniskie Raksti, 552. (1990)
Matemātika, I.

О ГИПЕРСФЕРИЧЕСКОМ ОТОБРАЖЕНИИ И ПРЕОБРАЗОВАНИИ ПЕТЕРСОНА ПОВЕРХНОСТИ $V_p \subset E_n$ С ПОМОЩЬЮ ОРТА СРЕДНЕЙ НОРМАЛИ

А.С.Грицанс

Аннотация. Изучается случай, когда гиперсферическое отображение $T: V_p \to V_p$ поверхности $V_p \subset E_n$ с помощью орта средней нормали имеет максимально возможный ранг p. Выделен случай, когда отображение T является преобразованием Петерсона. УДК 514.75.

I. Рассмотрим поверхность $V_p \subset E_n$ и отнесем ее к подвижному реперу $R = \{x, \vec{e}_i, \vec{e}_\alpha\}$ ($i,j,k = \overline{1,p}$, $\alpha,\beta = \overline{p+1,n}$), где точка x лежит на поверхности V_p, орты $\vec{e}_i$ лежат в касательном пространстве $T_p(x)$ к V_p в точке x, а $\vec{e}_\alpha$ образуют ортонормированный базис нормального пространства $N_{n-p}(x)$ поверхности V_p в точке x.

Деривационные формулы репера R имеют вид:

$$\begin{aligned} d\vec{x} &= \omega^i \vec{e}_i, \\ d\vec{e}_i &= \omega_i^j \vec{e}_j + \omega_i^\alpha \vec{e}_\alpha, \\ d\vec{e}_\alpha &= \omega_\alpha^i \vec{e}_i + \omega_\alpha^\beta \vec{e}_\beta. \end{aligned} \tag{1}$$

Продолжая систему уравнений $\omega^\alpha = 0$ поверхности V_p, получим:

$$\omega_i^\alpha = b_{ij}^\alpha \omega^j, \quad b_{ij}^\alpha = b_{ji}^\alpha \tag{2}$$

Дифференцируя внешним образом систему уравнений (2) и применяя лемму Картана, получим квадратичные уравнения:

$$\Delta b_{ij}^\alpha \wedge \omega^j = 0, \text{ где}$$

$$\Delta b_{ij}^\alpha = db_{ij}^\alpha - b_{ik}^\alpha \omega_j^k - b_{kj}^\alpha \omega_i^k + b_{ij}^\beta \omega_\beta^\alpha, \quad \Delta b_{ij}^\alpha = b_{ijk}^\alpha \omega^k, \tag{3}$$

b_{ijk}^α - симметричны по всем нижним индексам.

Вектор $\vec{e}_0 = \vec{e}_{p+s+1}$ $(0 \le s \le p$, s - фиксировано$)$ направим параллельно вектору средней кривизны поверхности V_p [I]: $\vec{M} = \frac{1}{p}\gamma^{ij} b^{\alpha}_{ij} \vec{e}_{\alpha}$, который в силу предполагаемой неминимальности V_p - ненулевой. Тогда

$$\gamma^{ij} b^{\hat{\alpha}}_{ij} = 0 \;, \; \gamma^{ij} b^{0}_{ij} \neq 0 \qquad (*)$$

Условимся во всех встречающихся формулах вместо индекса $p+s+1$ писать 0. Употребляемые в работе индексы будут принимать следующие значения:

$\hat{i}, \hat{j} = 0, 1, \ldots, p$; $\hat{\alpha}, \hat{\beta} = p+1, \ldots, p+s, p+s+2, \ldots, n$; $i_1, j_1 = \overline{1, r}$; $i_2, j_2 = \overline{r+1, p}$;

$i_3, j_3 = \overline{1, k}$; $i_4, j_4 = \overline{k+1, p}$; $a, b = \overline{p+1, p+q}$; $\sigma, \tau = \overline{p+q+1, n}$; $\hat{a}, \hat{b} = \overline{p+2, p+q}$.

Средние нормали $(x, \vec{M})$ [I] поверхности V_p образуют $(p+1)$ - мерную линейчатую поверхность V_{p+1}, уравнение которой:

$$\vec{R} = \vec{x} + t\vec{e}_0 \qquad (4)$$

Дифференцируя (4), находим:

$$d\vec{R} = \Omega^{\hat{i}} \vec{E}_{\hat{i}}, \Omega^0 = dt, \Omega^i = \omega^i, \vec{E}_0 = \vec{e}_0, \vec{E}_i = \vec{e}_i + t\vec{a}_i, d\vec{e}_0 = \vec{a}_i \omega^i,$$
$$\vec{a}_i = d^j_i \vec{e}_j + \vec{\xi}_i, d^j_i = -\gamma^{js} b^0_{si}, \vec{\xi}_i = \xi^{\hat{\alpha}}_i \vec{e}_{\hat{\alpha}}, \omega^{\hat{\alpha}}_0 = \xi^{\hat{\alpha}}_k \omega^k, \qquad (5)$$
$$\xi^{\hat{\alpha}}_k = \frac{\gamma^{ij} b^{\hat{\alpha}}_{ijk}}{\gamma^{ij} b^0_{ij}}, \bar{\gamma}_{ij} = \vec{a}_i \vec{a}_j, \bar{\gamma}^{jk} \bar{\gamma}_{ki} = \delta^j_i, \gamma_{ij} = \vec{e}_i \vec{e}_j, \gamma^{jk}\gamma_{ki} = \delta^j_i.$$

В дальнейшем будем предполагать, что $\dim \mathcal{N} = p$, где $\mathcal{N} = [\vec{a}_i]$ - касательное направление гиперсферического изображения:

$$\bar{V}_p : \vec{x} = \vec{e}_0 \qquad (6)$$

поверхности V_{p+1} [2]. Заметим, что $\bar{V}_p$ есть образ поверхности V_p в гиперсферическом отображении $T: V_p \to \bar{V}_p$, построенном с помощью орта $\vec{e}_0$ средней нормали поверхности V_p, причем $T(x) = \bar{x}$. Так как $\dim \mathcal{N} = p$, то индуцированное отображение $T_*: T_p \to \bar{T}_p$, $\bar{T}_p = \mathcal{N}$, невырождено, причем

$$T_*(\vec{e}_i) = \vec{a}_i \qquad (7)$$

Значит, ранг отображения T равен p, следовательно, T - диффеоморфизм [3].

Пространство $\mathcal{M}=[R,\vec{E}_0,\vec{E}_i,\vec{a}_j]$ называется касательным пространством вдоль образующей поверхности V_{p+1} и является наименьшим подпространством, содержащим все касательные плоскости поверхности V_{p+1} в точках одной образующей [2].

Площадка $\tilde{\Delta}_2(x)$, порождающая распределение $\tilde{\Delta}_2$, вдоль которого переносится параллельно в нормальной связности направление вектора средней кривизны, определяется системой уравнений:

$$\xi^{\hat{2}}_{k}\,\omega^{k}=0 \tag{8}$$

В [4] показано, что

$$\dim\mathcal{M}=p+s+1 \Leftrightarrow \dim\tilde{\Delta}_2=p-s \qquad \text{т.е. } \operatorname{rang}\|\xi^{\hat{2}}_{k}\|=s$$

Рассмотрим на V_p распределение $\bar{\Delta}_2$, порожденное точкой x и направлением $[\vec{e}_i]\cap[\vec{a}_j]$. Из (5) вытекает следующая

Теорема I. Касательное пространство $\mathcal{M}$ вдоль образующей поверхности V_{p+1} имеет размерность $2p-r+1$ $(0\le r\le p)$ тогда и только тогда, когда $\dim\bar{\Delta}_2=r$.

Из равенства $\dim\mathcal{M}=p+s+1=2p-r+1$ заключаем, что $s=p-r$ т.е. распределения $\tilde{\Delta}_2$ и $\bar{\Delta}_2$ имеют одну и ту же размерность $r=p-s$.

В [4] доказано, что средние нормали описывают подповерхности нулевого внешнего параметра распределения [2] вдоль некоторой линии ℓ на поверхности V_p тогда и только тогда, когда касательный вектор к линии ℓ лежит в $\mathcal{N}=[\vec{a}_i]$. Значит, $\bar{\Delta}_2$ определяет в общем случае неголономную $(r+1)$-мерную линейчатую подповерхность поверхности V_{p+1} нулевого внешнего параметра распределения [2].

2. Смешанный тензор d_i^j определяет на поверхности V_p поле симметрического аффинора $\mathcal{D}$, собственные направления которого совпадают с главными направлениями относительно средней нормали [I], причем $\mathcal{D}(\vec{e}_i)=d_i^j\vec{e}_j$.

Рассмотрим на V_p распределение $\bar{\Delta}$, направление которого лежит в $[\vec{e}_i]\cap[\vec{a}_i]$. Тогда на $\bar{V}_p$ можно рассмотреть распределение $\bar{\bar{\Delta}}$, направление которого совпадает с направлением распределения $\bar{\Delta}$. О таких распределениях $\bar{\Delta}$ и $\bar{\bar{\Delta}}$ будем говорить, что они параллельны и писать $\bar{\Delta}\parallel\bar{\bar{\Delta}}$. Если $T_1(\bar{\Delta})\parallel\bar{\Delta}$, то распределение $\bar{\Delta}$ будем называть инва-

риантным относительно гиперсферического отображения T.
Рассмотрим распределение $\overline{\overline{\Delta}}_r$ на поверхности $\overline{V}_p$, параллельное распределению $\overline{\Delta}_r$. Расположим векторы $\vec{e}_{i_1}$ в $\widetilde{\Delta}_r$, тогда из (5), (7), (8) получим $T_*(\vec{e}_{i_1}) = \vec{a}_{i_1}$, где $\vec{a}_{i_1} = d_{i_1}^{j} \vec{e}_j$ т.е. векторы a_{i_1} образуют базис распределения $\overline{\overline{\Delta}}_r$. Доказана

Теорема 2. Распределение $\overline{\overline{\Delta}}_r$ на поверхности $\overline{V}_p$ является образом распределения $\widetilde{\Delta}_r$ на поверхности V_p в индуцированном отображении T_* т.е. $\overline{\overline{\Delta}}_r = T_*(\widetilde{\Delta}_r)$.

Рассмотрим некоторое распределение Δ_k на поверхности V_p, инвариантное относительно гиперсферического отображения T и векторы $\vec{e}_{i_3}$ расположим в Δ_k. Тогда векторы $\vec{a}_{i_3}$ образуют базис распределения $T(\Delta_k)$ на поверхности $\overline{V}_p$. Так как $T_*(\Delta_k) \parallel \Delta_k$, то из (5) имеем:

$$d_{i_3}^{i_4} = 0 \ , \ \xi_{i_3}^{\hat{i}} = 0 \qquad (9)$$

Отсюда заключаем, что $\Delta_k \subset \widetilde{\Delta}_r$ (и значит $k \leq r$) и $\mathfrak{D}(\Delta_k) \subset \Delta_k$. Обратно, из последних двух включений вытекают формулы (9) т.е. $T_*(\Delta_k) \parallel \Delta_k$. Доказана следующая

Теорема 3. Распределение Δ_k на поверхности V_p инвариантно относительно гиперсферического отображения T тогда и только тогда, когда оно является подраспределением распределения $\widetilde{\Delta}_r$ (и значит $k \leq r$) и $\mathfrak{D}(\Delta_k) \subset \Delta_k$ т.е. распределение Δ_k инвариантно относительно аффинора $\mathfrak{D}$.

Пусть отображение T имеет k - мерное инвариантное распределение Δ_k и векторы $\vec{e}_{i_3}$ расположим в $\Delta_k \subset \widetilde{\Delta}_r$. Из условия $\mathfrak{D}(\Delta_k) \subset \Delta_k$ заключаем, что k попарно ортогональных линий кривизны относительно средней нормали принадлежат распределению Δ_k. Значит [4], средние нормали описывают развертывающиеся поверхности вдоль этих k семейств линий. Обратно, если средние нормали описывают развертывающиеся поверхности вдоль k попарно ортогональных линий кривизны относительно средней нормали, то k - мерное распределение, натянутое на касательные направления этих линий, инвариантно относительно отображения T. Имеет место следующее

Следствие. Распределение Δ_k $(k \leq r)$ на поверхности V_p инвариантно относительно гиперсферического отображения T тогда и только тогда, когда вдоль k попарно ортогональных линий кривизны относительно средней нормали, принадлежащих распределению Δ_k, средние нормали описывают развертывающиеся поверхности.

3. Рассмотрим случай, когда отображение T имеет инвариантное распределение максимальной размерности p - касательную плоскость $T_p(x)$ поверхности V_p. В этом случае гиперсферическое отображение T является преобразованием Петерсона. Так называется отображение двух поверхностей, при котором в соответствующих точках поверхностей касательные плоскости параллельны [5]. Из формул (9) находим, что в этом случае

$$\xi_i^{\hat{i}} \equiv 0, \tag{10}$$

т.е. $\dim \mathfrak{M} = p+1$, а из следствия из теоремы 3 заключаем, что средние нормали описывают развертывающиеся поверхности вдоль сети σ_p линий кривизны относительно средней нормали. Доказана

Теорема 4. Следующие утверждения равносильны:

I. Гиперсферическое отображение T является преобразованием Петерсона.

2. $\dim \mathfrak{M} = p+1$

3. $\xi_i^{\hat{i}} \equiv 0$

4. Средние нормали поверхности V_p описывают развертывающиеся поверхности вдоль сети σ_p линий кривизны относительно средней нормали.

Направим векторы $\vec{e}_i$ репера R по касательным к линиям сети σ_p линий кривизны относительно средней нормали, а векторы $\vec{e}_a$ расположим в главной нормали $N_1(x)$ [I] поверхности V_p в точке x. Полученный репер обозначим через R_1. В этом случае имеют место формулы:

$$\overset{\circ}{\gamma}_{ij} = 0 \ (i \neq j), \quad b^{\circ}_{ij} = 0 \ (i \neq j), \quad b^{\sigma}_{ij} \equiv 0 \tag{II}$$

Замечание I. Если средние нормали описывают развертывающиеся поверхности вдоль сети σ_p, то $T_*(\vec{\xi}_i) \cdot \vec{a}_i \parallel \vec{\xi}_i$ [4]. Значит, сеть σ_p линий кривизны относительно средней нормали в отображении T переходит в ортогональную сеть $T(\sigma_p)$ на поверхности V_p.

Замечание 2. Если $\dim \mathfrak{M} = p+1$, то из определения пространства $\mathfrak{M}$ вытекает, что касательная плоскость к поверхности V_{p+1} в точках одной образующей одна и та же. Поэтому число параметров, от которых зависит многообразие касательных плоскостей $T_{p+1}(R)$ поверхности V_{p+1}, меньше $p+1$ т.е. поверхность V_{p+1} является тангенциально вырожденной.

Из формул (5), (10), находим:

$$\omega_0^{\hat{\alpha}} \equiv 0 \tag{12}$$

Дифференцируя внешним образом тождества (12), получим равенства:

$$\gamma^{ks}(b^0_{si} b^{\hat{\alpha}}_{kj} - b^0_{sj} b^{\hat{\alpha}}_{ki}) = 0 \quad (i \neq j) \tag{13}$$

В репере R_1 равенства (13) примут вид:

$$b^{\hat{\alpha}}_{ij}(b^0_{ii} - b^0_{jj}) = 0 \quad (i \neq j) \tag{14}$$

Если линии ω^i, $\omega^j (i \neq j$ фиксированы) имеют различные кривизны: $b^0_{ii} \neq b^0_{jj}$, то из (14) следует, что $b^{\hat{\alpha}}_{ij} = 0$. Имея ввиду (11), заключаем, что b^{α}_{ij} т.е. направления $\vec{e}_i$, $\vec{e}_j$ сети Σ_p линий кривизны относительно средней нормали сопряжены. В частном случае, когда все b^0_{ii} попарно различны, сеть Σ_p является сетью линий кривизны.

Рассмотрим случай, когда все кривизны b^0_{ii} совпадают между собой и равны α. Заметим [4], что в репере R_1 имеем:

$$\vec{a}_i = -b^0_{ii} \vec{e}_i \tag{15}$$

Так как $\dim \mathfrak{N} = p$, то

$$b^0_{ii} = \alpha \neq 0 \tag{16}$$

Поверхность V_p называется псевдоомбилической [6], если

$$\vec{b}_{ij} \vec{M} = \lambda^* \gamma_{ij}, \tag{17}$$

где $\vec{b}_{ij} = b^a_{ij} \vec{e}_a$, $\vec{M} = m^0 \vec{e}_0$, $m^0 = \frac{1}{p} \gamma^{ij} b^0_{ij} \neq 0$.

Из формул (11), (17) заключаем, что условие псевдоомбиличности поверхности V_p можно записать ввиде:

$$b^0_{ii} = \lambda, \quad \lambda = \lambda^*/m^0 \tag{18}$$

Из сказанного выше вытекает

Теорема 5. Пусть отображение T является преобразованием Петерсона, тогда:

1.Если линии ω^i, ω^j ($i \neq j$ фиксированы) сети σ_p линий кривизны относительно средней нормали имеют различные кривизны $b^0_{ii} \neq b^0_{jj}$, то направления $\vec{e}_i$, $\vec{e}_j$ сети σ_p сопряжены.

2.Если для всех линий сети σ_p кривизны b^0_{ii} совпадают и равны α, то поверхность V_p является псевдоомбилической.

4.Пусть $\dim M = p+1$ и $b^0_{ii} = \alpha \neq 0$, тогда квадратичные уравнения (3) при значении индекса $\alpha = p+s+1$ в репере R_1 в силу формул (II), (I2), (I6) примут вид: $d\alpha \wedge \omega^i = 0$, откуда

$$\alpha = const \neq 0. \tag{19}$$

Так как

$$\vec{M} = \frac{1}{p} \sum_i b^0_{ii} \vec{e}_0 = \alpha \vec{e}_0,$$

то $|\vec{M}| = |\alpha| = const.$ т.е. поверхность V_p имеет постоянную среднюю кривизну.

Рассмотрим точку y на средней нормали с радиус-вектором:

$$\vec{y} = \vec{x} + \frac{1}{\alpha} \vec{e}_0 \tag{20}$$

Дифференцируя (20) и имея ввиду формулы (I), (5), (I5), (I9), находим:

$$d\vec{y} = \omega^i \vec{e}_i + d\left(\frac{1}{\alpha}\right)\vec{e}_0 + \frac{1}{\alpha}\omega^i \vec{a}_i = \omega^i\left(\vec{e}_i - \frac{1}{\alpha}\alpha \vec{e}_i\right) = \vec{0}$$

т.е. средние нормали поверхности V_p проходят через неподвижную точку y с радиус-вектором (20).

Так как

$$|\vec{y} - \vec{x}| = \frac{1}{|\alpha|} = const,$$

то поверхность V_p лежит на гиперсфере с центром в точке y и радиусом $\frac{1}{|\alpha|}$.

Обратно, пусть средние нормали проходят через неподвижную точку y с радиус-вектором $\vec{y} = \vec{x} + \frac{1}{\beta}\vec{e}_0$. Значит, $d\vec{y} = \vec{0}$, откуда в силу (5) и линейной независимости векторов $\vec{e}_i$, $\vec{e}_{\hat{\alpha}}$, получим:

$$d\beta = 0, \quad 1 - \beta b^0_{ii} = 0, \quad \xi^{\hat{\alpha}}_k = 0 \tag{21}$$

Из теоремы 4 и формул (18), (21) заключаем, что отображение T является преобразованием Петерсона, а поверхность V_p - псевдоомбилической. Справедлива

Теорема 7. Средние нормали поверхности V_p проходят через неподвижную точку тогда и только тогда, когда гиперсферическое отображение T является преобразованием Петерсона, а поверхность V_p - псевдоомбилической.

Имея ввиду результаты работы [7], теорема 7 равносильна следующей теореме:

Теорема 7'. Поверхность V_p лежит на гиперсфере с центром на средней нормали тогда и только тогда, когда гиперсферическое отображение T является преобразованием Петерсона, а поверхность V_p - псевдоомбилической.

5. Компоненты метрического тензора поверхности $\overline{V}_p$ имеют вид:

$$\overline{\gamma}_{ij} = 0 \ (i \neq j), \quad \overline{\gamma}_{ii} = \alpha^2, \quad \overline{\gamma}^{ij} = 0 \ (i \neq j), \quad \overline{\gamma}^{ii} = \frac{1}{\alpha^2}.$$

Векторы $\vec{e}_\alpha$ образуют ортонормированный базис нормального пространства $N_{n-p}(\bar{x})$ поверхности $\overline{V}_p$ в точке $\bar{x} = T(x)$. Асимптотические формы поверхности $\overline{V}_p$ имеют вид:

$$\varphi^\alpha = -d\vec{e}_0 \, d\vec{e}_\alpha = \overline{b}^\alpha_{ij} \omega^i \omega^j, \quad \overline{b}^\alpha_{ij} = -\alpha b^\alpha_{ij}$$

Находим вектор средней кривизны поверхности $\overline{V}_p$:

$$\vec{M}(\overline{V}_p) = \frac{1}{p} \overline{\gamma}^{ij} \overline{b}^\alpha_{ij} \vec{e}_\alpha = -\frac{1}{p\alpha} \sum_i b^0_{ii} \vec{e}_0 = -\vec{e}_0$$

Значит, поверхность $\overline{V}_p = T(V_p)$ имеет постоянную среднюю кривизну равную единице [7].

Так как

$$\overline{b}^0_{ij} = -\alpha b^0_{ij} = 0 \ (i \neq j),$$

то имея в виду замечание I, заключаем, что сеть $T(\sigma_p)$ является сетью линий кривизны относительно средней нормали поверхности $\overline{V}_p$. Имеет место

Теорема 8. Если гиперсферическое отображение T является преобразованием Петерсона, а поверхность V_p - псевдоомбилическая, тогда:

1. Сеть $\sigma_p \subset V_p$ линий кривизны относительно средней нормали поверхности V_p переходит в отображении T в сеть $T(\sigma_p) \subset \overline{V}_p$ линий кривизны относительно средней нормали поверхности $\overline{V}_p$.

2.Средние нормали поверхностей V_p и $\overline{V}_p$ параллельны в соответствующих точках x и $\bar{x}=T(x)$.

3.Поверхность $\overline{V}_p$ имеет постоянную среднюю кривизну равную единице [7].

6.Касательные векторы поверхности V_{p+1} есть $\vec{E}_i = h\vec{e}_i$ $(h = 1 - t\lambda)$, $\vec{E}_0 = \vec{e}_0$. Если $t \neq \frac{1}{\lambda}$, то векторы $\vec{E}_i|_t$ – линейно независимы. В точке $t_0 = \frac{1}{\lambda}$ векторы E_i обращаются в нуль, следовательно, точка t_0 на образующей поверхности V_{p+1} с радиус-вектором (20) является единственной особой точкой поверхности V_{p+1}. В дальнейшем исключим эту точку из рассмотрения.

Контравариантные компоненты $G^{\hat{i}\hat{j}}$ метрического тензора $G_{\hat{i}\hat{j}} = \vec{E}_{\hat{i}}\vec{E}_{\hat{j}}$ поверхности V_{p+1} имеют вид:

$$G^{00} = 1,\ G^{\hat{i}\hat{j}} = 0\ (\hat{i} \neq \hat{j}),\ G^{ii} = \frac{1}{h^2} \qquad (22)$$

Векторы $\vec{e}_{\hat{\alpha}}$ образуют базис нормального пространства $N_{n-p-1}(R)$ поверхности V_{p+1}. Находим асимптотические формы поверхности V_{p+1}:

$$\phi^{\hat{\alpha}} = -d\vec{R}\,d\vec{e}_{\hat{\alpha}} = B^{\hat{\alpha}}_{\hat{i}\hat{j}}\omega^{\hat{i}}\omega^{\hat{j}},\ B^{\hat{\alpha}}_{ij} = h\,b^{\hat{\alpha}}_{ij} \qquad (23)$$

Значит

$$B^{\hat{\alpha}}_{00} = B^{\hat{\alpha}}_{0i} = B^{\hat{\alpha}}_{i0} = 0 \qquad (24)$$

Имея ввиду формулы (*), (II), (22), (23), (24), находим вектор средней кривизны поверхности V_{p+1}:

$$\vec{M}(V_{p+1}) = \frac{1}{p+1}G^{\hat{i}\hat{j}}B^{\hat{\alpha}}_{\hat{i}\hat{j}}\vec{e}_{\hat{\alpha}} = \frac{1}{(p+1)h}\sum_i b^{\hat{\alpha}}_{ii}\vec{e}_{\hat{\alpha}} = \vec{0}$$

т.е. поверхность V_{p+1} минимальна. Доказана

<u>Теорема 9</u>.Если гиперсферическое отображение

$$T: V_p \to \overline{V}_p$$

является преобразованием Петерсона, а поверхность V_p – псевдоцилической, то линейчатая поверхность V_{p+1} минимальна и, следовательно [8], допускает однопараметрическое семейство p – мерных подповерхностей

$$\hat{V}^t_p:\ \vec{y}^t = \vec{x} + t\vec{e}_0, \quad t = const,$$

имеющих общее семейство средних нормалей с поверхностью $V_p = \hat{V}^0_p$.

Библиографический список

I. Базылев В.Т. О многомерных сетях в евклидовом пространстве// Литовский матем. сборник. 1966. - Т.6. - №4. - С.15-31.
2. Лумисте Ю.Г. Многомерные линейчатые поверхности евклидова пространства// Матем. сборник. - М.,1961. - Т.55.- С.97. Вып.4. - С.411-420.
3. Базылев В.Т. Материалы по геометрии. М., 1978.
4. Грицанс А.С. К геометрии семейства средних нормалей поверхности $V_p \subset E_n$ // Дифференциальная геометрия многообразий фигур: Межвуз. темат.сб.науч.тр./Калинингр.ун-т.Калининград, 1989. - Вып.20. В печати.
5. Рыжков В.В. Метрическое тангенциальное изгибание поверхностей//Докл.АН СССР. 1956.-Т.III.-№4.-С.763-765.
6. Лумисте Ю.Г., Чакмазян А.В. Нормальная связность и подмногообразия с параллельными нормальными полями в пространстве постоянной кривизны//Проблемы геометрии/ВИНИТИ. М.,1981. - Т.12. - С.3-30.
7. Силаев Е.В. Геометрия поверхности, лежащей на гиперсфере// Диссертация на соискание уч. степени канд. физ.-мат. наук.- М.,1984.
8. Грицанс А.С. О Γ - поверхностях в E_n с общим семейством средних нормалей//Дифференциальная геометрия многообразий фигур: Межвуз. темат. сб. науч. тр./ Калинингр.ун-т. - Калининград,1987. - Вып.18.- С.25-27.

A.Gricans. On a hyperspheric mapping and Peterson transformation of the surface $V_p \subset E_n$ by means of medial normal ort.

Summary. The case when a hyperspheric mapping $T : V_p \to \overline{V_p}$ of the surface $V_p \subset E_n$ by means of the medial normal ort has the maximal possible rank p is considered. The special case when T is Peterson transformation is studied. AMS Subject Classification 53A05.

Даугавпилсский педагогический институт
Даугавпилс
ЛАТВИЙСКАЯ РЕСПУБЛИКА