МОСКОВСКИЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени В. И. ЛЕНИНА

Специализированный совет К 053.01.02

На правах рукописи

ГРИЦАНС Армандс Сигизмундович

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ КИЛЛИНГОВЫХ f-СТРУКТУР НА МНОГООБРАЗИЯХ

01.01.04 — геометрия и топология

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Москва 1991

Работа выполнена в Московском педагогическом государственном университете имени В. И. Ленина.

Научный руководитель:

доктор физико-математических наук,
профессор КИРИЧЕНКО В. Ф.

Официальные оппоненты:

доктор физико-математических наук,
профессор ДУБРОВИН Б. А.

кандидат физико-математических наук,
старший научный сотрудник ФЕРАПОНТОВ Е. В.

Ведущая организация — Казанский государственный университет имени В. И. Ульянова-Ленина.

Защита состоится «27» мая 1991 г. в 16 час. в аудитории 301 на заседании специализированного совета К 053.01.02 по присуждению ученой степени кандидата наук в Московском педагогическом государственном университете имени В. И. Ленина, по адресу: 107140, Москва, Краснопрудная, 14, МПГУ им. В. И. Ленина.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке МПГУ имени В. И. Ленина (119435, Москва, Малая Пироговская, 1, МПГУ имени В. И. Ленина).

Автореферат разослан «26» апреля 1991 г.

Ученый секретарь специализированного совета
КАРАСЕВ Г. А.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Понятие f-структуры[1], т.е. оператора f, $f^3+f=0$, на многообразии, является обобщением почти комплексной и почти контактной структур, которые вот уже несколько десятилетий являются постоянным объектом изучения в работах многих геометров мира, что обуславливается широкими приложениями геометрии почти комплексных и почти контактных многообразий в различных областях математики и теоретической физики.

Изучение f-многообразий, т.е. многообразий, несущих f-структуру, главным образом сконцентрировалось вокруг, во-первых, так называемых реперированных f-многообразий[2], т.е. f-многообразий, на которых ядро оператора f параллелизуемо, и, во-вторых, вокруг вопросов, связанных с существованием и свойствами различного рода специальных связностей (например, связностей Схоутена и Врэнчану[3], (f,g) - связностей[4] и др.) на f-многообразиях. Что касается f-многообразий, на которых ядро оператора f не обязательно параллелизуемо, то имеется относительно мало информации об их строении. Поэтому представляется актуальным изучение строения таких многообразий, применяя методы обобщенной эрмитовой геометрии, которые до сих пор не использовались для систематического изучения геометрии f-структур.

Так как понятие f-структуры является слишком общим, чтобы получить интересные результаты о строении f-многообразий, то естественно ограничиться рассмотрением некоторого разумного (т.е., с одной стороны, достаточно общего, а с другой - имеющего богатую геометрию) подкласса f-структур. На наш взгляд, одним из таких подклассов является класс киллинговых f-структур, которому и посвящена данная диссетационная работа, т.к. частными случаями

---

1) Yano K. On a structure defined by a tensor field f of type (1,1) satisfying $f^3+f=0$ // Tensor.- 1963.- V. 14.- P. 99-109.

2) Goldberg S.I., Yano K. On normal globally framed f-manifolds // Tohôku Math. J.- 1970.- V. 22, № 3.- P. 362-370.

3) Pripoae G. Connexions de Schouten et de Vranceanu sur des f-variétés // Riv. mat. Univ. Parma.- 1986.- № 12.- P. 195-201.

4) Miron R., Atanasiu G. Sur les (f,g)-connexions linéaires et l'intégrabilité des (f,g)-structures // Bull. math. Soc. sci. math. RSR.- 1986.- V. 30, № 3.- P. 245-256.

киллинговой f-структуры являются приближенно келеровы[5] и слабо косимплектические[6] структуры, которые (в особенности первые) в течении последних 25-30 лет являются одними из самых популярных объектов исследований в теории дифференциально-геометрических структур на многообразиях.

Цель диссертационной работы состоит в изучении строения многообразий, несущих киллингову f -структуру. Основными задачами данного исследования являются следующие:

I. Изучить строение киллинговых f -многообразий общего вида.

2. Изучить строение локально симметрических киллинговых f -многообразий.

3. Изучить строение конформно-плоских киллинговых f -многообразий.

Новизна результатов. Все полученные результаты являются новыми. Выделим основные результаты данного исследования:

I. Основная теорема для киллинговых f -многообразий (теорема 8), утверждающая, что киллингово f -многообразие в произвольной своей точке локально эквивалентно произведению киллингова f -многообразия основного типа, приближенно келерова многообразия и риманова многообразия без дополнительной структуры.

2.а) Классификация неприводимых полных односвязных локально симметрических киллинговых f -многообразий основного типа, второе фундаментальное распределение которых имеет хотя бы один компактный слой (теорема I3).

б) Теорема I4, утверждающая, что полное односвязное локально симметрическое киллингово f -многообразие основного типа с регулярным (в смысле Пале) вторым фундаментальным распределением является главным тороидальным расслоением над компактным односвязным римановым многообразием.

---

5) Gray A. Nearly Kähler manifolds // J. Different. Geom. - 1970.- V.4, №3.- P. 283-309.

6) Blair D.E., Showers D.K. Almost contact manifolds with Killing structure tensors. II. // J. Different. Geom.-1974.-V.9, №4.-P. 577-582.

3. Основная теорема для конформно-плоских киллинговых f - многообразий (теорема 17), дающая полную классификацию таких многообразий.

Эти результаты в основном дают ответ на основные задачи данного исследования.

Методы исследования. К киллинговому f-многообразию внутренним образом присоединено главное расслоение, элементами которого являются так называемые Af - реперы и которое можно рассматривать как G - структуру, т.е. как подрасслоение главного расслоения всех комплексных реперов киллингова f -многообразия. Это позволяет применить к изучению дифференциально-геометрических свойств таких многообразий мощный аппарат структурных уравнений главного расслоенного пространства и их дифференциальных продолжений, который до сих пор не применялся для систематического изучения геометрии f-многообразий.

Большой отпечаток на данное исследование наложили методы обобщенной эрмитовой геометрии[7)], т.к. в модуле гладких векторных полей на киллинговом f-многообразии внутренним образом определена структура алгебры, названной канонической алгеброй киллингова f-многообразия и являющейся в некотором смысле аналогом натуральной Q - алгебры в обобщенной эрмитовой геометрии. Алгебраическое строение канонической алгебры киллингова f-многообразия во многом определяет строение данного киллингова f-многообразия. Значение последнего факта огромно, т.к. это позволяет в значительной степени свести такой сложный вопрос, каким является вопрос о строении киллингова f-многообразия, к изучению алгебраического объекта - канонической алгебры киллингова f-многообразия, что, несомненно, намного легче осуществимо.

Научное и прикладное значение. Результаты диссертации носят теоретический характер и могут быть использованы в исследованиях, посвященных дифференциально-геометрическим структурам на многообразиях, а также при чтении спецкурсов в тех высших учебных заведениях, в которых проводятся исследования по дифференциальной геометрии.

[7)] Кириченко В.Ф. Методы обобщенной эрмитовой геометрии в теории почти контактных многообразий//Итоги науки и техн.ВИНИТИ. Проблемы геометрии.-1986.-Т.18.-С.25-71.

Апробация. Основные результаты диссертации докладывались на конференции "Проблемы теоретической и прикладной математики" (1990 г., Тарту); на III Всесоюзной школе "Понтрягинские чтения. Оптимальное управление. Геометрия и анализ"(1990 г., Кемерово); на заседаниях по дифференциальной геометрии при Казанском государственном университете, Белорусском государственном университете, Московском институте стали и сплавов.

Публикации по теме диссертации. Основное содержание диссертации отражено в пяти публикациях [1] - [5], которые выполнены без соавторов.

Структура и объем. Диссертационная работа состоит из введения, четырех глав основного текста, включающих четырнадцать параграфов, и списка цитированной литературы. Работа выполнена на 99 страницах машинописного текста. Список цитированной литературы содержит 54 работы отечественных и зарубежных авторов.

ОБЗОР СОДЕРЖАНИЯ ДИССЕРТАЦИИ

Во введении излагается предыстория вопроса, обосновывается актуальность темы, формулируются цели и задачи диссертационной работы, излагаются основные результаты, полученные в работе.

Первая глава "Предварительные сведения"(§§1-5) посвящена изложению геометрических фактов, являющихся основой аппарата данного исследования.

В §1 определяется основной объект данного исследования - понятие киллинговой f-структуры на многообразии.

Пусть M - гладкое связное многообразие класса C^∞, на котором задана f-структура с оператором структуры f. Из теоремы Стонга[8] следует, что ранг оператора структуры f постоянен на M. Поэтому распределения $\mathcal{L} = \operatorname{Im} f$ и $\mathfrak{M} = \operatorname{Ker} f$ на M имеют постоянные размерности, называемые соответственно рангом и дефектом f-структуры. $\mathcal{L}$ и $\mathfrak{M}$ называются соответственно первым и вторым фундаментальными распределениями f-структуры.

f-структура на римановом многообразии (M, g) называется метрической[7], если оператор структуры f кососимметричен относительно римановой метрики g. Многообразие, снабженное метричес-

---

8) Stong R.E. The rank of an f-structure // Kōdai Math. Sem. Rep. 1977. - V. 29, № 1-2. - P. 207-209.

кой f-структурой, называется метрическим f-многообразием. На метрическом f-многообразии распределения $\mathfrak{L}$ и $\mathfrak{M}$ ортогональны относительно g.

Метрическая f-структура называется киллинговой, если оператор структуры f является тензором Киллинга, т.е. $\nabla_X(f)(X)=0$ ($X \in \mathfrak{X}(M)$), где ∇ - риманова связность метрики g, $\mathfrak{X}(M)$ - модуль гладких векторных полей на M. Многообразие, снабженное киллинговой f-структурой, называется киллинговым f-многообразием.

В §2 вводятся в рассмотрение реперы на метрическом f-многообразии, которые естественным образом присоединяются к нему. Среди них особое место занимают так называемые Af - реперы. Это обуславливается тем, что векторы Af - репера являются собственными для оператора структуры в соответствующих точках многообразия. Следовательно, Af - реперы являются наиболее тесно присоединенными (по сравнению с другими реперами) к метрическому f-многообразию. Вычислены компоненты оператора структуры и метрического тензора в Af - репере.

В §3 изложена идейная основа аппарата данного исследования: изучение киллинговой f-структуры сводится к изучению равносильного ей объекта - G - структуры $B^{Af}(M)$ - подрасслоения главного расслоения всех комплексных реперов киллингова f-многообразия M. Элементами G - структуры $B^{Af}(M)$ являются Af - реперы на M. Найдена G - система G - структуры $B^{Af}(M)$.

В §4 изложена техническая основа аппарата данного исследования: с помощью G - системы G - структуры $B^{Af}(M)$ находятся структурные уравнения киллинговой f-структуры, т.е. структурные уравнения главного расслоения $B^{Af}(M)$. При этом с киллинговым f-многообразием естественным образом ассоциируется ряд чистых тензоров, названных структурными и сплетенными тензорами, которые связаны между собой целым рядом вполне определенных соотношений. С помощью полученных структурных уравнений доказаны

Теорема I. Первое фундаментальное распределение $\mathfrak{L}$ на киллинговом f-многообразии M является вполне интегрируемым тогда и только тогда, когда сплетенные тензоры всех родов равны нулю на M. Если $\mathfrak{L}$ вполне интегрируемо, то слои распределения $\mathfrak{L}$ являются вполне геодезическими подмногообразиями в M и несут естественным образом индуцированную приближенно келерову структуру.

Теорема 2. Второе фундаментальное распределение $\mathfrak{M}$ на киллинговом f-многообразии M является вполне интегрируемым. Слои распределения $\mathfrak{M}$ являются вполне геодезическими подмногообразиями в M.

Вторая глава "Строение киллинговых f-многообразий"(§§6-9) посвящена изучению строения киллинговых f-многообразий общего вида.

В §6 показано, что на киллинговом f-многообразии M внутренним образом определена связность $\tilde{\nabla}$, называемая канонической, которая обладает тем замечательным свойством, что в ней ковариантно постоянны метрический тензор, оператор структуры и сплетенные тензоры всех родов (теорема 3). Доказано, что тензор $S(X,Y) = \nabla_Y X - \tilde{\nabla}_Y X$ типа (2,I) на M имеет вид:

$$S(X,Y) = \frac{1}{6}\{3\ell N(\ell X,\ell Y) + 4\ell N(\ell X, mY) + 8\ell N(mX,\ell Y) + 12 mN(\ell X,\ell Y)\},$$

где N - тензор Нейенхейса оператора структуры f; ℓ и m - ортогональные проекторы $\mathfrak{X}(M)$ на первое и второе фундаментальные распределения соответственно. Положим: $T(X,Y) = \ell S(\ell X,\ell Y)$ и $V = S - T$. Тензоры S, T и V называются соответственно композиционным тензором, композиционными тензорами I и II рода. Обозначим: $X \circ Y = S(X,Y)$, $X * Y = T(X,Y)$, $X \cdot Y = V(X,Y)$. Пара $\mathfrak{V} = \{\mathfrak{X}(M), „\circ"\}$ называется канонической алгеброй киллингова f-многообразия M. Изучены свойства умножения в канонической алгебре $\mathfrak{V}$.

В §7 вводится в рассмотрение ряд линейных операторов в канонической алгебре киллингова f-многообразия. Вычислены компоненты этих операторов в Af - репере.

Пусть $L_X : \mathfrak{V} \to \mathfrak{V}$ - левый сдвиг в канонической алгебре $\mathfrak{V}$, т.е. $L_X(Y) = X \circ Y$. Показано, что на первом фундаментальном распределении $\mathcal{L}$ корректно определена симметрическая $C^\infty(M)$ - билинейная форма $\Theta(u,v) = 3\,tr(L_u \circ L_v)$ $(u,v \in \mathcal{L})$. Поэтому на $\mathcal{L}$ можно определить симметрический оператор θ, положив: $\Theta(u,v) = \langle u, \theta(v)\rangle$. Оператор θ называется первым структурным оператором канонической алгебры $\mathfrak{V}$. Аналогично, на втором фундаментальном распределении $\mathfrak{M}$ корректно определена симметрическая $C^\infty(M)$ - билинейная форма $\Sigma(a,b) = -\frac{3}{2} tr(L_a \circ L_b)$ $(a,b \in \mathfrak{M})$. Поэтому на $\mathfrak{M}$ можно определить симметрический оператор σ, положив: $\Sigma(a,b) = \langle a, \sigma(b)\rangle$. Оператор σ называется вторым структурным оператором канонической алгебры $\mathfrak{V}$. Операторы θ и σ являются квазиинвариантными, т.е. ковариантно постоянными в канонической связности $\tilde{\nabla}$. Имеют место следующие утверждения.

Лемма 2. 1) $\mathrm{Ker}\,\theta \circ \mathfrak{M} = \mathfrak{M} \circ \mathrm{Ker}\,\theta = \{0\}$;2) $\mathfrak{L} \circ \mathfrak{M} = \mathfrak{M} \circ \mathfrak{L} = \mathrm{Im}\,\theta$.

Лемма 3. 1) $\mathrm{Ker}\,\sigma \circ \mathfrak{L} = \mathfrak{L} \circ \mathrm{Ker}\,\sigma = \{0\}$;2) $\mathfrak{L} \circ \mathfrak{L} = \mathrm{Im}\,\sigma$.

В §8 вводятся в рассмотрение важные классы канонических алгебр киллинговых f -многообразий: каноническая алгебра принадлежит келерову типу, если структурные тензоры I и II рода нулевые; каноническая алгебра принадлежит основному типу, если первый и второй структурные операторы канонической алгебры невырождены.

Теорема 4. Каноническая алгебра, первый структурный оператор которой невырожден, в частности всякая каноническая алгебра основного типа, является канонической алгеброй келерова типа.

Теорема 5. Первое фундаментальное распределение $\mathfrak{L}$ на киллинговом f -многообразии M ($\dim M \neq 0$) основного типа не является вполне интегрируемым.

Распределение на киллинговом f -многообразии называется голоморфным, если оно инвариантно относительно оператора структуры.

Лемма 4. Если распределение на киллинговом f -многообразии является голоморфным, то ортогональное дополнение к этому распределению также является голоморфным.

Доказывается, учитывая свойства умножения в канонической алгебре $\mathfrak{V}$, что каждый односторонний идеал канонической алгебры $\mathfrak{V}$ является двусторонним. Поэтому впредь будем говорить просто об идеалах канонической алгебры $\mathfrak{V}$.

Лемма 5. Если распределение на киллинговом f -многообразии M является идеалом канонической алгебры $\mathfrak{V}$, то ортогональное дополнение к этому распределению также является идеалом канонической алгебры $\mathfrak{V}$.

Распределение на киллинговом f -многообразии называется квазиинвариантным, если оно параллельно в канонической связности.

Ключевым результатом, описывающим алгебраическое строение канонической алгебры киллингова f -многообразия, является следующая

Теорема 7. Каноническая алгебра киллингова f -многообразия является прямой суммой своих квазиинвариантных голоморфных идеалов $\mathfrak{V}_1 = \mathrm{Im}\,\theta \oplus \mathrm{Im}\,\sigma$, $\mathfrak{V}_2 = \mathrm{Ker}\,\theta$ и $\mathfrak{V}_3 = \mathrm{Ker}\,\sigma$.

С помощью этой теоремы в §9 доказывается центральная теорема данного исследования - основная теорема для киллинговых f -многообразий:

Теорема 8. Киллингово f -многообразие в произвольной своей точке локально эквивалентно произведению киллингова f -многообразия основного типа, приближенно келерова многообразия и риманова многообразия без дополнительной структуры.

Роль этой теоремы огромна, т.к. она позволяет свести задачу изучения киллинговых f -многообразий общего вида к изучению киллинговых f -многообразий основного типа, что, естественно, намного легче осуществимо, поскольку структурные тензоры I и II рода на киллинговом f -многообразии основного типа равны нулю. Теорема 8 обобщает классификацию слабо косимплектических многообразий, найденную В.Ф.Кириченко[9], на случай киллинговых f -многообразий. Отметим некоторые важные следствия из теоремы 8.

Следствие I. Неприводимое киллингово f -многообразие M ($\dim M \neq 0$) является киллинговым f -многообразием основного типа тогда и только тогда, когда оно имеет ненулевой дефект, не равный размерности многообразия.

Следствие 4. Киллингово f -многообразие основного типа с киллинговой f -структурой, дефект которой равен I, локально эквивалентно пятимерной сфере S^5 , снабженной канонической[6] слабо косимплектической структурой.

Следствие 5. На односвязном неприводимом римановом глобально симметрическом пространстве M не существует инвариантных f -структур с ненулевым дефектом, не равным размерности многообразия. В частности, на M не существует инвариантных киллинговых f -структур основного типа.

<u>Третья глава</u> "Локально симметрические киллинговы f -многообразия основного типа"(§§10-12) посвящена изучению строения таких многообразий.

В §10 изучается строение канонической алгебры локально симметрического киллингова f -многообразия основного типа. Доказано, что каноническая алгебра таких многообразий является прямой суммой квазиинвариантных голоморфных идеалов $\overset{(j)}{\mathfrak{V}} = \overset{(j)}{\mathfrak{L}} \oplus \overset{(j)}{\mathfrak{M}}$ ($j=1,\dots,m$), являющихся прямыми суммами соответствующих собственных распределений $\overset{(j)}{\mathfrak{L}}$ и $\overset{(j)}{\mathfrak{M}}$ первого и второго структурных операторов канонической алгебры $\mathfrak{V}$. Доказана

---

9) Kiritchenko V.F. Sur la géométrie des variétés approximativement cosymplectiques // C.R. Acad. Sci. Paris. Ser. 1.- 1982.- V. 295.- P. 673-676.

Теорема I0. Размерность локально симметрического киллингова f-многообразия M ($\dim M \neq 0$) основного типа равна пятикратной размерности второго фундаментального распределения на M.

В §II доказана следующая

Теорема II. Пусть M ($\dim M \neq 0$) - локально симметрическое киллингово f-многообразие основного типа. Тогда

I. M в произвольной своей точке локально эквивалентно произведению $M_1 \times \ldots \times M_m$ локально симметрических киллинговых f-многообразий M_s ($\dim M_s \neq 0$; $s = 1, \ldots, m$) основного типа со скалярными структурными операторами.

2. Если M полно, то оно компактно и имеет конечную фундаментальную группу.

3. Каждое многообразие M_s ($s = 1, \ldots, m$) является пространством Эйнштейна с положительной константой Эйнштейна.

4. Размерность многообразия M_s ($s = 1, \ldots, m$) равна пятикратной размерности второго фундаментального распределения на M_s.

5. Слои второго фундаментального распределения на M имеют нулевой тензор Риччи. Если M полно и односвязно, то компактные слои второго фундаментального распределения на M суть евклидовы торы.

В §I2 изучаются киллинговы f-многообразия, на которых второе фундаментальное распределение имеет компактные слои.

Теорема I3. Неприводимые полные односвязные локально симметрические киллинговы f-многообразия M ($\dim M \neq 0$) основного типа, второе фундаментальное распределение которых имеет хотя бы один компактный слой, могут находиться лишь среди следующих многообразий: $Spin(5)$, $SU(4)$, $SU(6)/SO(6)$, $SU(8)/SO(8)$,

$$Sp(4)/U(4),\ SO(10)/SO(5)\times SO(5),\ SO(9)/SO(5)\times SO(4),$$

$$SO(8)/SO(5)\times SO(3),\ SO(7)/SO(5)\times SO(2),\ SO(6)/SO(5)\times SO(1) = S^5.$$

Отметим, учитывая следствие 5 из теоремы 8, что на многообразиях, перечисленных в теореме I3, не существует инвариантных киллинговых f-структур основного типа.

Теорема I4. Полное односвязное локально симметрическое киллингово f-многообразие M ($\dim M \neq 0$) основного типа с регулярным (в смысле Пале[10)]) вторым фундаментальным распределением

I0) Palais R.S. A global formulation of the Lie theory of transformation groups // Mem. Amer. Math. Soc. - 1957. - № 22.

$\mathfrak{M}$ является главным тороидальным расслоением над компактным односвязным римановым многообразием $M/\mathfrak{M}$.

Теорема I5. Пусть M ($\dim M \neq 0$) - полное односвязное локально симметрическое киллингово f-многообразие основного типа с регулярным вторым фундаментальным распределением $\mathfrak{M}$. Тогда

I. Первое фундаментальное распределение $\mathfrak{L}$ на M является связностью в главном расслоении $(M, M/\mathfrak{M}, T^{\tau}, \pi)$.

2. Оператор структуры f на M не проектируется на базу $M/\mathfrak{M}$ главного расслоения $(M, M/\mathfrak{M}, T^{\tau}, \pi)$.

3. M - реперированное метрическое f-многообразие с не нормальной реперированной метрической f-структурой $\{f, \xi_{\alpha}, \eta^{\beta}, g=\langle\cdot,\cdot\rangle\}$.

Эти результаты развивают исследования взаимосвязи f-многообразий и главных тороидальных расслоений, начатых Блэром, Ладденом и Яно в [II)]и[I2)]. Основное внимание в этих работах уделено нормальным реперированным f-многообразиям. Так, в [II)] доказано, что связное компактное многообразие с регулярной нормальной реперированной f-структурой является главным тороидальным расслоением над почти комплексным многообразием. Б.П.Комраков[I3)] получил полную классификацию связных компактных многообразий, допускающих регулярную нормальную реперированную f-структуру, инвариантную относительно компактной полупростой группы движений. Нами же указан класс многообразий с регулярной не нормальной реперированной f-структурой, также являющихся главными тороидальными расслоениями. Особо следует отметить тот факт, что в нашем случае на базе главного расслоения нельзя определить почти комплексную структуру с помощью проектирования оператора f .

<u>Четвертая глава</u> "Классификация конформно-плоских киллинговых f-многообразий"(§§I3,I4) посвящена изучению строения таких многообразий.

В §I3 доказана следующая

II) Blair D.E., Ludden G.D., Yano K. Differential geometric structures on principal toroidal bundles // Trans. Amer. Math. Soc.-1973.-V.181, №1.-P.175-184.

I2) Blair D.E. Geometry of manifolds with structural group $U(n)\times O(s)$ // J. Different. Geom.-1970.-V.4, №2.-P.155-167.

I3) Комраков Б.П. Однородные пространства, порожденные автоморфизмами, и инвариантные геометрические структуры//Итоги науки и техн.ВИНИТИ.Проблемы геометрии.-1975.-Т.7.-С.81-104.

Теорема I6. Конформно-плоское киллингово f-многообразие M ($\dim M \neq 0$) основного типа локально эквивалентно пятимерной сфере S^5, снабженной канонической слабо косимплектической структурой.

В §I4 доказана основная теорема для конформно-плоских киллинговых f-многообразий, дающая полную классификацию таких многообразий.

Теорема I7. Конформно-плоское киллингово f-многообразие M ($\dim M \geq 2$) с ненулевым оператором структуры либо является одним из следующих многообразий: I. N^2 – двумерным келеровым многообразием; 2. N^6_c – шестимерным приближенно келеровым многообразием постоянной положительной кривизны c; 3. N^{2n}_0 ($n \geq 2$) – $2n$ – мерным локально плоским келеровым многообразием, либо в произвольной своей точке локально эквивалентно одному из следующих многообразий: 4. $N^2_{-c} \times N^2_c$ – произведению двумерного келерова многообразия N^2_{-c} постоянной отрицательной кривизны $-c$ и двумерного келерова многообразия N^2_c постоянной положительной кривизны c; 5. $N^2_{-c} \times N^6_c$; 6. U^5_c – открытому подмногообразию пятимерной сферы S^5 положительной кривизны c, снабженной канонической слабо косимплектической структурой; 7. $N^2_c \times M^1$ – произведению N^2_c и одномерного многообразия M^1; 8. $N^2_{-c} \times M^1$; 9. $N^6_c \times M^1$; I0. $N^{2n}_0 \times M^1$ ($n \geq 1$); II. $N^2_c \times M^n_{-c}$ ($n \geq 2$) – произведению N^2_c и n – мерного пространства M^n_{-c} постоянной отрицательной кривизны $-c$; I2. $N^2_{-c} \times M^n_c$ ($n \geq 2$) – произведению N^2_{-c} и n – мерного пространства M^n_c постоянной положительной кривизны c; I3. $N^6_c \times M^n_{-c}$ ($n \geq 2$); I4. $U^5_c \times M^1$; I5. $U^5_c \times M^n_{-c}$ ($n \geq 2$); I6. $U^5_c \times N^2_{-c}$.

Следствие. Конформно-плоское слабо косимплектическое многообразие в произвольной своей точке локально эквивалентно одному из следующих многообразий: I. U^5_c; 2. $N^2_c \times M^1$; 3. $N^2_{-c} \times M^1$; 4. $N^6_c \times M^1$; 5. $N^{2n}_0 \times M^1$ ($n \geq 1$); 6. $U^5_c \times N^2_{-c}$.

Теорема I7 обобщает классификацию конформно-плоских приближенно келеровых многообразий, найденную Такамацу и Ватанабэ[I4], на случай конформно-плоских киллинговых f-многообразий.

В заключении автор выражает глубокую благодарность своему научному руководителю профессору В.Ф.Кириченко за постановку задач и неустанное внимание к работе.

I4) Takamatsu K., Watanabe Y. Classification of a conformally flat K-space // Tohoku Math. J.-1972.-V.24, N°3.-P.435-440.

ПУБЛИКАЦИИ АВТОРА ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

[1] Гриценс А.С. О геометрии киллинговых f -многообразий// Успехи мат.наук.-1990.-Т.45,№ 4.-С.149-150.

[2] Гриценс А.С. О локально симметрических киллинговых f -многообразиях основного типа//Мат. III Всес. школы "Понтрягинские чтения. Оптимальное управление. Геометрия и анализ".-Кемерово.-1990.-С.20.

[3] Гриценс А.С. О структурной теории киллинговых f -многообразий//Тез.докл.конф."Проблемы теоретической и прикладной математики".-Тарту.-1990.-С.47-48.

[4] Гриценс А.С. О некоторых распределениях на киллинговых f -многообразиях//Ткани и квазигруппы.-Калинин.-1990.-С.142-146.

[5] Гриценс А.С. К геометрии киллинговых f -многообразий/ МГПИ им.В.И.Ленина.-М.,1990.-39с.-Деп. в ВИНИТИ 08.06.90. № 3274 - В90.

Agricans