

## Mājas uzdevumi tēmai:

### Veselo skaitļu teorija - 2

- Pierādiet, ka  $LKD(5a + 3b, 13a + 8b) = LKD(a, b)$ .
- Pierādiet, ka dotās daļas ir nesaīsināmas visiem naturāliem  $n$ :
  - $\frac{n+5}{3n+14}$ ,
  - $\frac{2n^2-2n+1}{n-1}$ ,
  - $\frac{n^2-n+1}{n^2+1}$ .
- Ar kādām  $n$  vērtībām daļa  $\frac{n^2+3n+4}{n^2+2n+7}$  ir saīsināma?
- Pierādīt, ka  $LKD(a^m - 1, a^n - 1) = a^{LKD(n,m)} - 1$ , ja  $m \neq n, a > 1$ .
- Atrodiet visus veselos atrisinājumus šādiem vienādojumiem:
  - $5x + 3y = 15$ ,
  - $8x - 6y = 10$ ,
  - $nx + (2n + 1)y = 2, n \in \mathbb{N}$ .
- Kādām  $c$  vērtībām vienādojumam  $2x + 9y = c$  ir tieši 2009 pozitīvi atrisinājumi ( $x > 0, y > 0$ )?
- Ar cik nullēm beidzas skaitlis  $25! = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 24 \cdot 25$  ?
- Pierādiet, ka  $2^n + 2, n \in \mathbb{N}, n > 1$ , nevar būt naturāla skaitļa kvadrāts.
- Atrodiet mazāko naturālo skaitli  $N$  ar šādu īpašību:  $2N$  ir naturāla skaitļa kubs (trešā pakāpe), bet  $3N$  ir (cita) naturāla skaitļa kvadrāts (otrā pakāpe).
- Atrodiet visus naturālos skaitļus  $n$ , kuriem  $n^3 - 1$  ir pirmskaitlis. (Norādījums: sadaliet polinomu  $n^3 - 1$  reizinātājos  
-  
$$n^3 - 1 = (n - 1)(n^2 + n + 1)$$
un izmantojiet to faktu, ka pirmskaitlim ir tikai divi dalītāji.)
- Atrodiet visus pirmskaitļu trijniekus  $x, y, z$ , kas apmierina vienādojumu

$$x^3 - y^3 = z.$$