

Mājas uzdevumi tēmai:

Veselo skaitļu teorija

1. Izdaliet ar atlikumu dotos veselo skaitļu pārus:

- (a) 32 ar 3,
- (b) 324 ar -19 ,
- (c) 29374272983 ar 392.

2. (a) Dots, ka $5|n + 1$ un $7|2n - 1$. Pierādīt, ka $35|2n^2 + n - 1$.

(b) Dots, ka $7|2n + 3m$. Pierādīt, ka $7|n + 5m$.

3. Atrodiet visus pirmskaitļus, kas ir mazāki kā 100.

4. Sadaliet pirmskaitļu pakāpju reizinājumā šādus skaitļus:

- (a) 1440;
- (b) 83349;
- (c) 9699690.

5. Atrodiet šādas pirmskaitļu kārtas:

- (a) $ord_2(12^{12})$;
- (b) $ord_2(30!) = ord_2(1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 29 \cdot 30)$.

6. Ar cik nullēm beidzas skaitlis $25! = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 24 \cdot 25$?

7. Pierādiet, ka $2^n + 2$, $n \in \mathbb{N}$, $n > 1$, nevar būt naturāla skaitļa kvadrāts.

8. Atrodiet mazāko naturālo skaitli N ar šādu īpašību: $2N$ ir naturāla skaitļa kubs (trešā pakāpe), bet $3N$ ir (cita) naturāla skaitļa kvadrāts (otrā pakāpe).

9. Atrodiet visus naturālos skaitļus n , kuriem $n^3 - 1$ ir pirmskaitlis. (Norādījums: sadaliet polinomu $n^3 - 1$ reizinātājos

$$n^3 - 1 = (n - 1)(n^2 + n + 1)$$

un izmantojiet to faktu, ka pirmskaitlim ir tikai divi dalītāji.)

10. Atrodiet visus pirmskaitļu trijniekus x, y, z , kas apmierina vienādojumu

$$x^3 - y^3 = z.$$