

DAUGAVPILS UNIVERSITĀTE
JAUNO MATEMĀTIĶU SKOLA

Grafiskās metodes matemātikā

Iepazīšanās ar tematu, 2008.g. 4.oktobris

Kursa mērķis:

iepazīstināt skolēnus ar matemātikas uzdevumu risināšanas grafiskajām metodēm.

Kursa uzdevumi:

parādīt skolēniem grafisko metožu pielietojumus

- vienādojumu risināšanā;
- nevienādību risināšanā;
- vienādojumu un nevienādību sistēmu risināšanā;
- uzdevumu ar parametru risināšanā;
- ekstrēma uzdevumu risināšanā.

1. **uzdevums.** Noteikt, kāds ir sistēmas

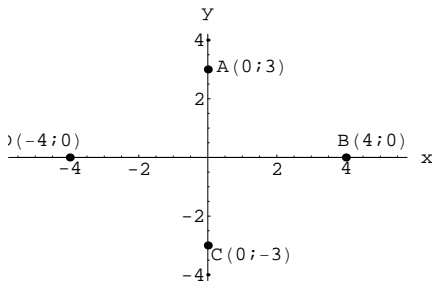
$$\begin{cases} 3|x| + 4|y| = 12, \\ x^2 + y^2 = a \end{cases}$$

atrisinājumu skaits atkarībā
no parametra a vērtībām.

$$3|x| + 4|y| = 12 \quad (1)$$

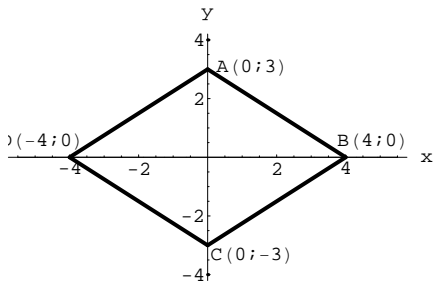
Ja $x = 0$, tad $|y| = 3 \Rightarrow y = 3$ vai $y = -3$.

Ja $y = 0$, tad $|x| = 4 \Rightarrow x = 4$ vai $x = -4$.



1. zīm.

Dotās sistēmas 1.vienādojuma grafiks -
rombs ar virsotnēm punktos A , B , C , D .

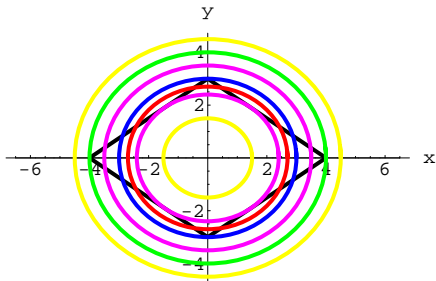


2. zīm.

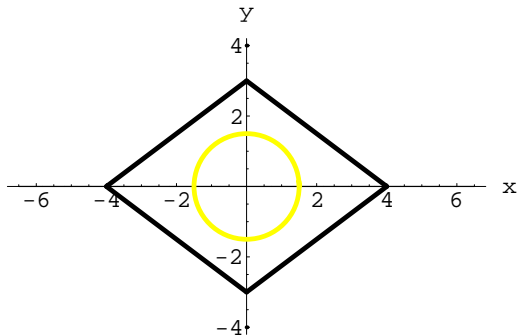
Dotās sistēmas 2. vienādojuma

$$x^2 + y^2 = a$$

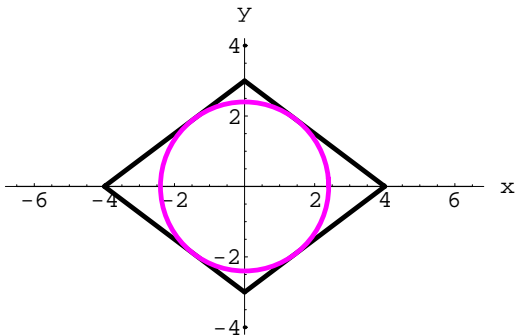
grafiks - riņķa līnija ar centru koordinātu sākumpunktā
un rādiusu $R = \sqrt{a}$.



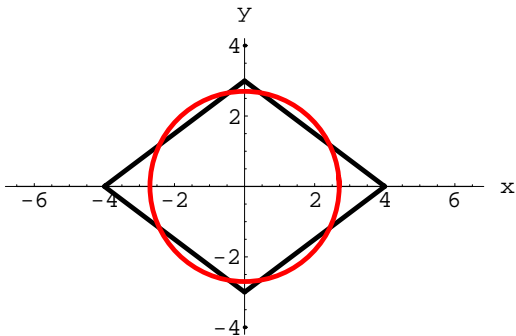
3. zīm.



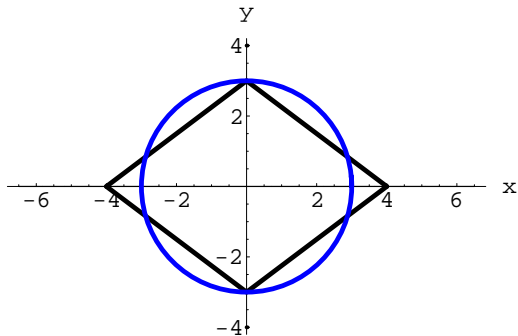
4. zīm.



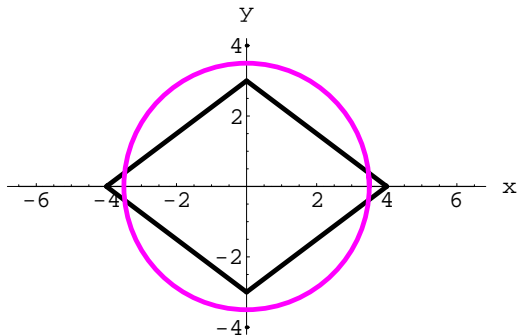
5. zīm.



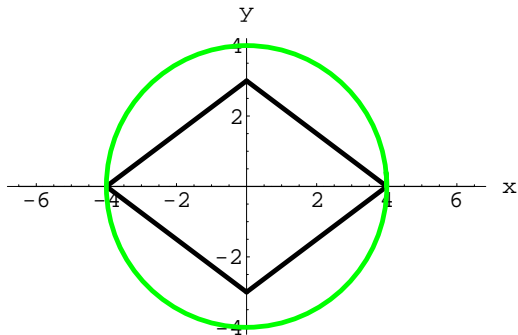
6. zīm.



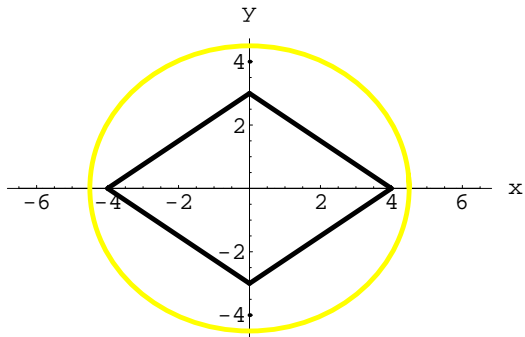
7. zīm.



8. zīm.



9. zīm.

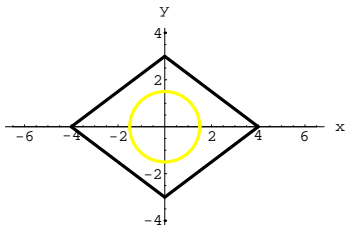


10. zīm.

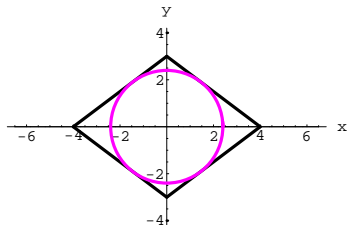
$$r = \frac{S}{p}$$

$$S = \frac{d_1 d_2}{2} = \frac{6 \cdot 8}{2} = 24, \quad p = 2\sqrt{3^2 + 4^2} = 10,$$

$$r = 2.4$$

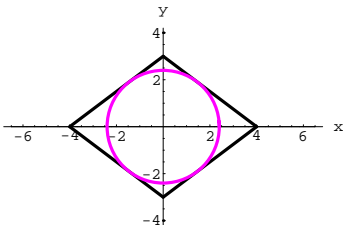


Atrisinājumu nav, ja $a < r^2$.

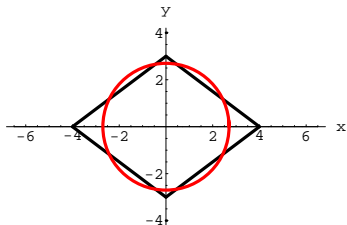


4 atrisinājumi, ja $a = r^2$.

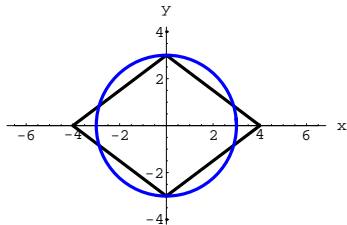
11. zīm.



4 atrisinājumi, ja $a = 5.76$.

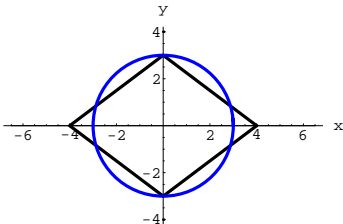


8 atrisinājumi, ja $5.76 < a < 9$.

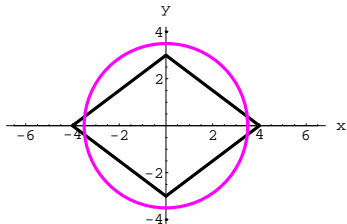


6 atrisinājumi, ja $a = 3^2 = 9$.

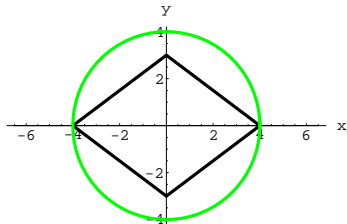
12. zīm.



6 atrisinājumi, ja $a = 9$.

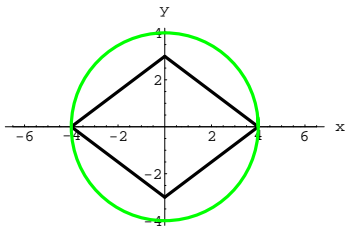


4 atrisinājumi, ja $9 < a < 16$.

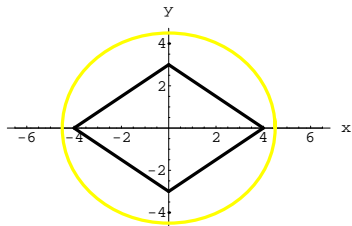


2 atrisinājumi, ja $a = 4^2 = 16$.

13. zīm.



2 atrisinājumi, ja $a = 16$.



Atrisinājumu nav, ja $a > 16$.

14. zīm.

Atbilde.

Ja $a < 5.76$ vai $a > 16$, tad sistēmai nav atrisinājumu;

ja $a = 16$, tad sistēmai ir 2 atrisinājumi;

ja $a = 5.76$ vai $9 < a < 16$, tad sistēmai ir 4 atrisinājumi;

ja $a = 9$, tad sistēmai ir 6 atrisinājumi;

ja $5.76 < a < 9$, tad sistēmai ir 6 atrisinājumi.

2. uzdevums. Kādām parametra a vērtībām sistēmai

$$\begin{cases} 3|x| + 4|y| = 12, \\ x^2 + y^2 = a \end{cases}$$

ir tieši 4 atrisinājumi? Atrast tos.

1. *gadījums.* $a = 5.76$ (5.)

$$\text{Ja } x \geq 0 \text{ un } y \geq 0 \quad \Rightarrow \quad 3x + 4y = 12.$$

$$\begin{cases} 3x + 4y = 12, \\ x^2 + y^2 = 5.76. \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} y = 3 - 0.75x, \\ 25x^2 - 72x + 51.84 = 0. \end{cases}$$

$$x_1 = 1.44, y_1 = 1.92;$$

$$x_3 = -1.44, y_3 = -1.92;$$

$$x_2 = -1.44, y_2 = 1.92;$$

$$x_4 = 1.44, y_4 = -1.92$$

2. gadījums. $9 < a < 16$ (8.)

$$\begin{cases} 3x + 4y = 12, \\ x^2 + y^2 = a. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 3 - 0.75x, \\ 25x^2 - 72x + 144 - 16a = 0. \end{cases}$$

$$x = \frac{36 \pm 4\sqrt{25a - 144}}{25}$$

$$x_1 = \frac{36 + 4\sqrt{25a - 144}}{25},$$

$$x_2 = -\frac{36 + 4\sqrt{25a - 144}}{25},$$

$$x_3 = \frac{36 + 4\sqrt{25a - 144}}{25},$$

$$x_4 = -\frac{36 + 4\sqrt{25a - 144}}{25},$$

$$y_1 = \frac{48 + 3\sqrt{25a - 144}}{25};$$

$$y_2 = -\frac{48 + 3\sqrt{25a - 144}}{25};$$

$$y_3 = -\frac{48 + 3\sqrt{25a - 144}}{25};$$

$$y_4 = \frac{48 + 3\sqrt{25a - 144}}{25}.$$