

Mājas uzdevumi tēmai:

Grafu teorija - 2(10.-12.kl)

1. Istabā ir 9 meitenes. Ir zināms, ka jebkurai meitenei istabā ir vismaz 4 māsas. Pierādīt, ka visas meitenes ir māsas.
2. Vai eksistē sakarīgs (neorientēts) grafs ar 9 virsotnēm, kas apmierina šādu īpašību: pēc jebkuras vienas šķautnes izdzēšanas grafs sadalās divās sakarīgās komponentēs?
3. Kādā valstī jebkuras divas pilsētas ir savienotas vai nu ar parasto ceļu, vai arī ar dzelzceļu. No kādas pilsētas X nevar aizbraukt uz pilsētu Y pa parastajiem ceļiem, iebraucot mazāk kā 2 citās pilsētās (X un Y ir fiksētas). Pierādīt, ka no jebkuras pilsētas var aizbraukt uz jebkuru citu pilsētu pa dzelzceļu, iebraucot ne vairāk kā 2 citās pilsētās.
4. Grafam ir 30 virsotnes, katras virsotnes pakāpe nepārsniedz 2. Grafa šķautnes ir jānokrāso tā, lai ne no vienas virsotnes neizietu divas šķautnes vienā krāsā. Kāds ir mazākais iespējamais krāsu skaits?
5. Orientētā grafā katrai virsotnei pozitīvā puspakāpe ir vienāda ar negatīvo puspakāpi. Pierādīt, ka grafs ir stingri sakarīgs.
6. Kādā valstī ir 50 pilsētas, jebkuras divas pilsētas ir savienotas ar (divvirziena) ceļu. Kāds ir maksimālais ceļu skaits, kurus slēdzot saglabāsies ceļu sistēmas sakarīgums?
7. Kādā valstī ir 50 bruņinieki. Daži no bruņiniekiem ir citu bruņinieku vasaļi (katram bruņiniekam var būt ne vairāk kā viens sizerēns (kura vasaļi viņš ir), katram bruņiniekam var būt vairāki vasaļi). Bruņinieku sauc par grāfu, ja tam ir vismaz 5 vasaļi. Kāds ir maksimālais iespējamais grāfu skaits?