DAUGAVPILS UNIVERSITĀTE
Dabaszinātņu un matemātikas fakultāte
Fizikas un matemātikas katedra

Armands Gricāns

Diskrētā matemātika

Sakarīga grafa jēdziens

2022. gada 13. septembris

2022

Saturs

1. Maršruts. Ķēde. Cikls 3

2. Sakarīga grafa jēdziens. Grafa komponentes 16

3. Orgrafu sakarīgums 25

Literatūra 42

1. Maršruts. Ķēde. Cikls

Grafa G virsotņu un šķautņu virkni

$$u_1, e_1, u_2, e_2, \ldots, u_t, e_t, u_{t+1}, \tag{1.1}$$

ka

$$e_1 = u_1u_2,\ e_2 = u_2u_3,\ \ldots\ ,\ e_t = u_tu_{t+1},$$

sauc par **maršrutu, kas savieno virsotnes $\mathbf{u_1}$ un $\mathbf{u_{t+1}}$**, vai **($\mathbf{u_1}; \mathbf{u_{t+1}}$)-maršrutu**. Citiem vārdiem sakot, grafa G virsotņu un šķautņu virkne (1.1) ir maršruts, ja jebkuri divi pēc kārtas sekojošie šīs virknes elementi ir incidenti savā starpā. Maršrutu (1.1) var uzdot ar tā virsotņu virkni

$$u_1, u_2, \ldots, u_{t+1}$$

vai tā šķautņu virkni

$$e_1, e_2, \ldots, e_t.$$

Maršrutā (1.1) ietilpstošo šķautņu skaitu t sauc par **maršruta** (1.1) **garumu**.

Virsotnes u_1 un u_{t+1} sauc par maršruta (1.1) attiecīgi **sākumu** un **beigām**, bet virsotnes $u_2, \ldots, u_t$ par maršruta (1.1) **iekšējām virsotnēm**. Maršrutu (1.1) sauc par **noslēgtu** vai **ciklisku**, ja $u_1 = u_{t+1}$, t.i., ja šī maršruta beigas sakrīt ar tā sākumu.

Maršrutu (1.1) sauc par **vaļēju**, ja $u_1 \neq u_{t+1}$, t.i., ja šī maršruta beigas nesakrīt ar tā sākumu.

Apskatīsim divas dažādas grafa G virsotnes u un v. Par **visīsāko maršrutu, kas savieno virsotnes u un v**, sauc tādu $(u; v)$-maršrutu, kura garums ir vismazākais starp visu $(u; v)$-maršrutu garumiem. Par **attālumu starp grafa G virsotnēm u un v** sauc visīsākā $(u; v)$-maršruta garumu.

Maršrutu sauc par **ķēdi**, ja visas šī maršruta šķautnes ir dažādas.

Maršrutu sauc par **vienkāršu ķēdi**, ja (1) visas šī maršruta virsotnes, izņemot, varbūt, tā sākumu un beigas, ir dažādas, (2) visas šī maršruta šķautnes ir dažādas. Acīmredzot, *jebkura vienkārša ķēde ir ķēde, bet ne katra ķēde ir vienkārša ķēde.*

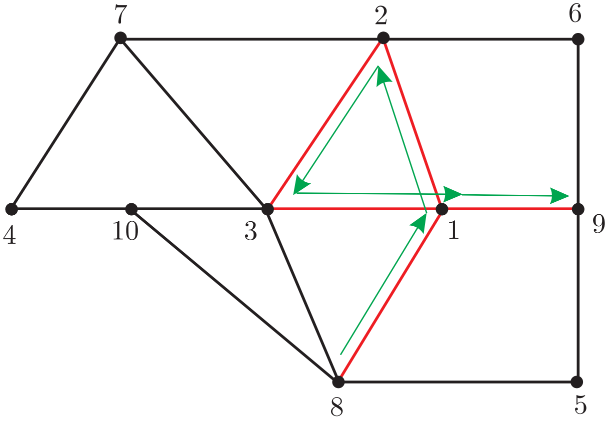
Ciklisku ķēdi sauc par **ciklu**. Tātad cikls ir ciklisks maršruts, kura visas šķautnes ir dažādas.

Ciklisku vienkāršu ķēdi, kuras garums ir lielāks vai vienāds par 1, sauc par **vienkāršu ciklu**[1]. Tātad vienkāršs cikls ir ciklisks maršruts ar lielāku vai vienādu par 1 garumu, kura visas virsotnes ir dažādas (izņemot šī maršruta sākumu un beigas, kuri ir vienādi) un kura šķautnes ir dažādas. *Jebkurš vienkāršs cikls ir cikls, bet ne katrs cikls ir vienkāršs cikls.* Atzīmēsim arī, ka jebkurš cikls ir ķēde, bet jebkurš vienkāršs cikls ir vienkārša ķēde.

Jebkurš vienkāršs cikls satur vismaz 3 šķautnes. Vienkāršu ciklu ar garumu ℓ sauc par **ℓ-ciklu** un līdz ar to $\ell \geq 3$. 3-ciklu sauc arī par **trijstūri**.

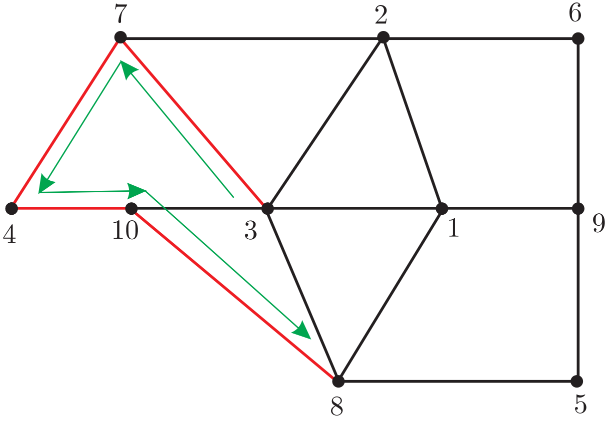
[1]Maršrutus, kas sastāv tikai no vienas virsotnes, neuzskata par vienkāršiem cikliem.

1.1. piemērs. 8,1,2,3,1,9 ir (8;9)-maršruts ar garumu 5, šis maršruts ir vaļējs un tas nav vienkārša ķēde (jo tajā virsotne 1 ieiet divas reizes), taču šis maršruts ir ķēde.



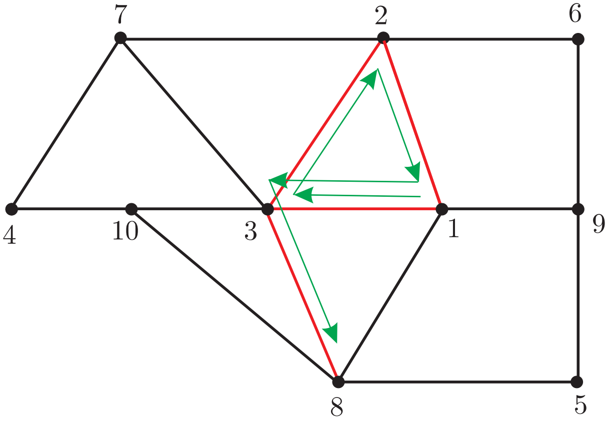
1. zīm.

1.2. piemērs. 3,7,4,10,8 ir (3;8)-maršruts (vaļējs) ar garumu 4, šis maršruts ir vienkārša ķēde un tātad ir arī ķēde.



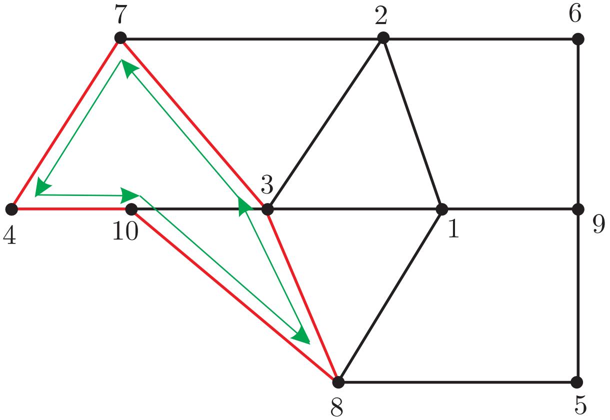
2. zīm.

1.3. piemērs. 1,3,2,1,3,8 ir (1;8)-maršruts (vaļējs) ar garumu 5, šis maršruts nav ķēde (jo tajā šķautne $\{1;3\}$ ieiet divas reizes) un tātad nav vienkārša ķēde.



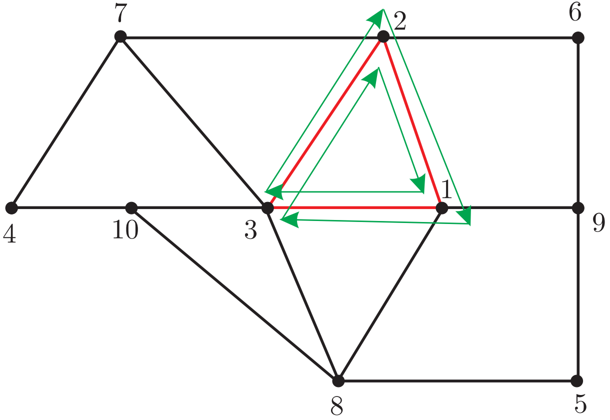
3. zīm.

1.4. piemērs. 3,7,4,10,8,3 ir ciklisks maršruts ar garumu 5, šis maršruts ir vienkāršs cikls un tātad ir arī cikls.



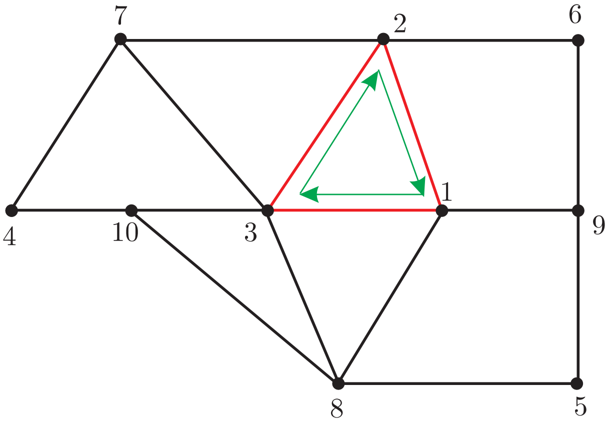
4. zīm.

1.5. piemērs. 3,2,1,3,2,1,3 ir ciklisks maršruts ar garumu 6, šīs maršruts nav cikls (jo katra šī maršruta šķautne $\{3;2\}$, $\{2;1\}$, $\{1;3\}$ ieiet šajā maršrutā divas reizes) un tātad nav arī vienkāršs cikls.



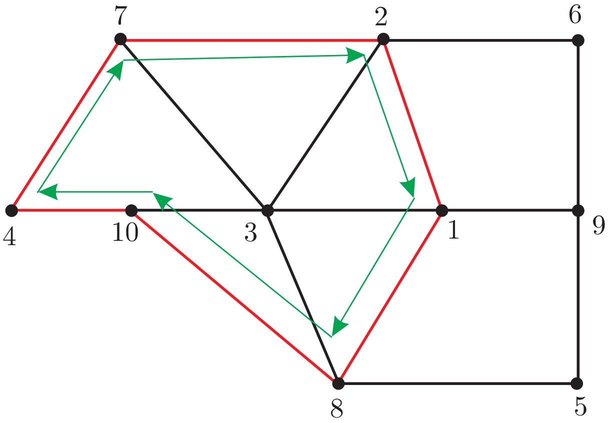
5. zīm.

1.6. piemērs. 3,2,1,3 ir 3-cikls jeb trijstūris.



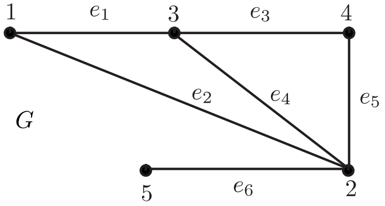
6. zīm.

1.7. piemērs. 4,7,2,1,8,10,4 ir 6-cikls.



7. zīm.

1.1. teorēma. [1, p. 36] *Pieņemsim, ka M ir n-tās kārtas grafa G ar virsotnēm $u_1, u_2, \ldots, u_n$ saistības matrica. Visu to maršrutu, kas savieno virsotni u_i ar virsotni u_j un kuru garums ir k ($k \geq 1$), skaits ir vienāds ar matricas M k-tās pakāpes M^k elementu $m_{ij}^{(k)}$.*



8. zīm.

1.8. piemērs. Apskatīsim 8. zīm. attēloto grafu G. Tad

$$M = \begin{Vmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{Vmatrix}, \quad M^2 = \begin{Vmatrix} 2 & 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 4 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{Vmatrix},$$

$$M^3 = \begin{Vmatrix} 2 & 6 & 5 & 2 & 1 \\ 6 & 4 & 6 & 6 & 4 \\ 5 & 6 & 4 & 5 & 2 \\ 2 & 6 & 5 & 2 & 1 \\ 1 & 4 & 2 & 1 & 0 \end{Vmatrix}, \quad M^4 = \begin{Vmatrix} 11 & 10 & 10 & 11 & 6 \\ 10 & 22 & 16 & 10 & 4 \\ 10 & 16 & 16 & 10 & 6 \\ 11 & 10 & 10 & 11 & 6 \\ 6 & 4 & 6 & 6 & 4 \end{Vmatrix},$$

$$M^5 = \begin{Vmatrix} 20 & 38 & 32 & 20 & 10 \\ 38 & 40 & 42 & 38 & 22 \\ 32 & 42 & 36 & 32 & 16 \\ 20 & 38 & 32 & 20 & 10 \\ 10 & 22 & 16 & 10 & 4 \end{Vmatrix}.$$

Piemēram, tā kā $m_{25}^{(3)} = 4$, tad virsotnes u_2 un u_5 savieno 4 maršruti ar garumu 3:

$$u_2u_1u_2u_5,\ u_2u_3u_2u_5,\ u_2u_4u_2u_5,\ u_2u_5u_2u_5;$$

tā kā $m_{25}^{(5)} = 22$, tad virsotnes u_2 un u_5 savieno 22 maršruti ar garumu 5 utt.

2. Sakarīga grafa jēdziens. Grafa komponentes

Grafu sauc par **sakarīgu**, ja jebkuras divas tā virsotnes var savienot ar maršrutu.

2.1. teorēma. *Grafs G ir sakarīgs tad un tikai tad, kad jebkuru tā virsotni u var savienot ar kādu grafa G fiksētu virsotni u_0.*

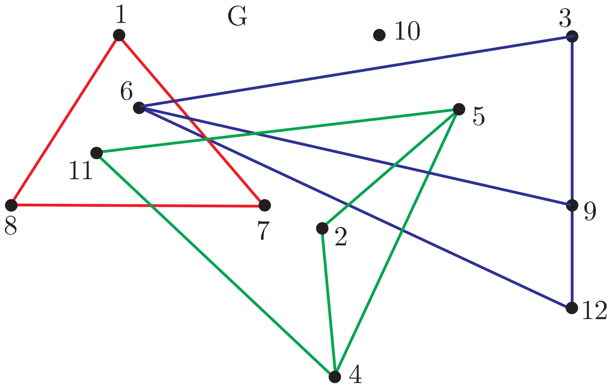
Par **grafa G sakarīgu komponenti** (vai **grafa G komponenti**) sauc jebkuru tā maksimālu sakarīgu apakšgrafu. Tātad grafs H ir grafa G komponente, ja

1. grafs H ir sakarīgs,
2. $H \prec G$, t.i., grafs H ir grafa G apakšgrafs,
3. ja $\widetilde{H}$ ir patvaļīgs grafa G sakarīgs apakšgrafs, ka $H \prec \widetilde{H}$, tad $\widetilde{H} = H$.

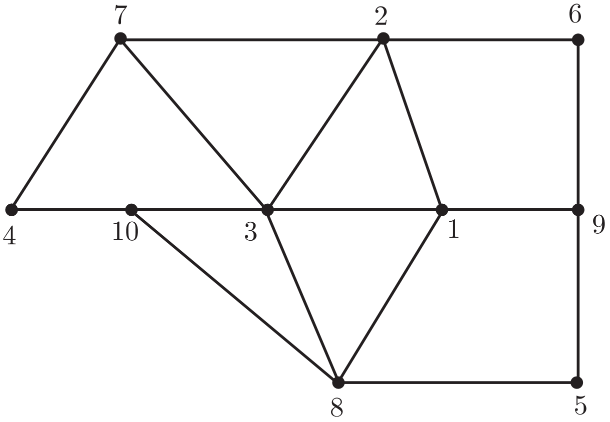
Ja H ir grafa G komponente, tad grafa H virsotņu kopu VH sauc par **grafa G sakarīguma apgabalu**. Grafa G komponenšu skaitu apzīmē ar $k(G)$. Grafu, kuram ir vairāk par vienu komponenti, sauc par **nesakarīgu grafu**. Tātad grafs G ir nesakarīgs tad un tikai tad, kad $k(G) > 1$.

2.2. teorēma. *Jebkuru grafu G var vienīgā veidā izteikt kā savu komponenšu $G_1, \ldots, G_k$ disjunktu apvienojumu, pie tam šis grafa G komponenšu apvienojums ir noteikts viennozīmīgi ar precizitāti līdz komponenšu numerācijai.*

► Grafa G virsotņu kopā definēsim attieksmi $\sim$ šādi: jebkurām divām grafa G virsotnēm u un v ir spēkā $u \sim v$ tad un tikai tad, kad vai nu $u = v$, vai arī grafā G eksistē kāds maršruts, kas savieno virsotnes u un v. Viegli pārliecināties, ka attieksme $\sim$ ir ekvivalences attieksme kopā VG. Tāpēc kopu VG var izteikt kā savu netukšu savstarpēji nešķeļošos apakškopu $V_1, \ldots, V_k$ apvienojumu. Pieņemsim, ka $G_i = G(V_i)$ ir grafa G apakšgrafs, kuru ir inducējusi grafa G virsotņu apakškopa V_i $(i = 1, \ldots, k)$. Tad $G_1, \ldots, G_k$ ir grafa G komponentes, pie tam grafs G ir apakšgrafu $G_1, \ldots, G_k$ disjunkts apvienojums.◄



9. zīm. Nesakarīgs grafs ar 4 komponentēm



10. zīm.

2.1. piemērs. 10. zīm. attēlotais grafs ir sakarīgs.

Savukārt 9. zīm. attēlotais grafs G ir nesakarīgs, jo, piemēram, šajā grafā neeksistē neviens maršruts, kas savienotu virsotnes 1 un 3. Grafam G ir 4 komponentes:

$$G_1 = \{V_1; E_1\},$$
$$V_1 = \big\{1; 7; 8\big\}, \quad E_1 = \big\{\{1; 7\}; \{1; 8\}; \{8; 7\}\big\},$$
$$G_2 = \{V_2; E_2\},$$
$$V_2 = \big\{2; 4; 5; 11\big\}, \quad E_2 = \big\{\{2; 4\}; \{2; 5\}; \{5; 4\}; \{11; 4\}; \{11; 5\}\big\},$$
$$G_3 = \{V_3; E_3\},$$
$$V_3 = \big\{3; 6; 9; 12\big\}, \quad E_3 = \big\{\{3; 6\}; \{3; 9\}; \{9; 6\}; \{12; 6\}; \{12; 9\}\big\},$$
$$G_4 = \{V_4; E_4\},$$
$$V_4 = \big\{10\big\}, \quad E_4 = \emptyset.$$

2.3. teorēma. *Ja grafā G eksistē tieši divas virsotnes ar nepāra pakāpēm, tad tās pieder vienai un tai pašai grafa G komponentei un tāpēc grafā G eksistē maršruts, kas savieno šīs virsotnes.*

▶ Pieņemsim, ka u un v ir vienīgās grafa G virsotnes ar nepāra pakāpēm. Tad u un v pieder vienai un tai pašai grafa G komponentei. Tiešām, pieņemsim pretējo, ka virsotnes u un v pieder attiecīgi divām dažādām grafa G komponentēm G_i un G_j. Tad u ir grafa G_i vienīgā virsotne ar nepāra pakāpi, kas ir pretrunā ar to, ka jebkurā grafā (tātad arī grafā G_i) nepāra pakāpes virsotņu skaits ir pāra skaitlis. Tā kā u un v pieder vienai un tai pašai grafa G komponentei, kura saskaņā ar definīciju ir sakarīgs grafs, tad šajā komponentē (un līdz ar to arī dotajā grafā G) eksistē maršruts, kas savieno virsotnes u un v.◀

2.2. piemērs. *Kādā tālā jūrā atrodas salu arhipelāgs Zimburijs, kurš sastāv no 17 salām, pie tam tikai divas šī arhipelāga apdzīvotas vietas A un B atrodas šī arhipelāga nepāra skaita sauszemes ceļu krustpunktā (arhipelāga salas ir nošķirtas, t.i., šajā arhipelāgā nav tiltu, kas savienotu salas). Pierādīt, ka apdzīvotās vietas A un B atrodas uz vienas arhipelāga salas.*

▶ Apskatīsim grafu G, kura virsotnes ir arhipelāga apdzīvotās vietas, pie tam divas virsotnes savienosim ar šķautni tad un tikai tad, kad atbilstošās apdzīvotās vietas ir savienotas ar sauszemes ceļu. Acīmredzot, grafam G ir vismaz 17 komponentes, pie tam, ja divas grafa G virsotnes K un L pieder vienai un tai pašai grafa G komponentei, tad apdzīvotās vietas K un L atrodas uz vienas un tās pašas arhipelāga salas. Tā kā tikai divām grafa G virsotnēm A un B ir nepāra pakāpe, tad no 2.3. teorēmas izriet, ka šīs virsotnes pieder vienai un tai pašai grafa G komponentei, un tāpēc apdzīvotās vietas A un B atrodas uz vienas un tās pašas arhipelāga salas.◀

Ja G ir sakarīgs grafs ar n virsotnēm, tad tā šķautņu m minimālais skaits ir $n-1$, bet maksimālais skaits ir $\frac{n(n-1)}{2}$, t.i.,

$$n - 1 \leq m \leq \frac{n(n-1)}{2}. \tag{2.2}$$

Vispārīgā gadījumā (t.i., ja grafs G ne obligāti ir sakarīgs), saistību starp grafa G virsotņu, šķautņu un komponenšu skaitu izsaka nākamā teorēma.

2.4. teorēma. *Ja grafa G virsotņu skaits ir n, šķautņu skaits ir m, bet komponenšu skaits ir k, tad*

$$n - k \leq m \leq \frac{(n-k)(n-k+1)}{2}. \tag{2.3}$$

Nevienādības (2.2) ir nevienādību (2.3) speciālgadījums, ja $k = 1$.

Minēsim vairākus nosacījumus, lai grafs būtu sakarīgs.

2.5. teorēma. *Ja n-tās kārtas grafa G minimālajai virsotņu pakāpei ir spēkā*

$$\delta(G) \geq \frac{n-1}{2},$$

tad G ir sakarīgs grafs.

2.6. teorēma. *Ja (n, m)-grafam G ir spēkā*

$$m > \frac{(n-1)(n-2)}{2},$$

tad G ir sakarīgs grafs.

2.7. teorēma. [2, p. 196], [1, p. 37] *Pieņemsim, ka M ir n-tās kārtas grafa G saistības matrica. Grafs G ir sakarīgs tad un tikai tad, kad matricas*

$$M + M^2 + \cdots + M^{n-1}$$

visi elementi, kas atrodas ārpus galvenās diagonāles, nav vienādi ar nulli.

2.1. piezīme. Ņemot vērā, ka M ir bināra matrica, secinām, ka, ja kādas matricas M^i $(1 \leq i \leq n-1)$ elementi ārpus galvenās diagonāles nav vienādi ar nulli, tad grafs G ir sakarīgs.

2.3. piemērs. Tā kā 1.8. piemērā aplūkotajam grafam matricas M^3 elementi ārpus galvenās diagonāles nav vienādi ar nulli, tad 8. zīm. attēlotais grafs G ir sakarīgs.

3. Orgrafu sakarīgums

Orgrafa G virsotņu un loku virkni

$$u_1, e_1, u_2, e_2, \ldots, u_t, e_t, u_{t+1}, \tag{3.4}$$

ka

$$e_1 = (u_1; u_2),\ e_2 = (u_2; u_3),\ \ldots\ ,\ e_t = (u_t; u_{t+1}),$$

sauc par **(orientētu) maršrutu, kas savieno virsotnes $\mathbf{u_1}$ un $\mathbf{u_{t+1}}$**, vai **($\mathbf{u_1}; \mathbf{u_{t+1}}$)-maršrutu**. Maršrutu (3.4) var uzdot ar tā virsotņu virkni

$$u_1, u_2, \ldots, u_{t+1}$$

vai tā loku virkni

$$e_1, e_2, \ldots, e_t.$$

Maršrutā (3.4) ietilpstošo loku skaitu t sauc par **maršruta** (3.4) **garumu**. Virsotnes u_1 un u_{t+1} sauc par maršruta (3.4) attiecīgi **sākumu** un **beigām**. Maršrutu (3.4) sauc par **noslēgtu** vai **ciklisku**, ja $u_1 = u_{t+1}$, t.i., ja šī maršruta beigas sakrīt ar tā sākumu.

Maršrutu (3.4) sauc par **vaļēju**, ja $u_1 \neq u_{t+1}$, t.i., ja šī maršruta beigas nesakrīt ar tā sākumu.

Maršrutu (3.4) sauc par **karkasveida maršrutu**, ja tas satur visas orgrafa G virsotnes.

Apskatīsim divas dažādas orgrafa G virsotnes u un v. Par **visīsāko maršrutu, kas savieno virsotnes u un v**, sauc tādu $(u; v)$-maršrutu, kura garums ir vismazākais starp visu $(u; v)$-maršrutu garumiem. Par **attālumu starp orgrafa G virsotnēm u un v** sauc visīsākā $(u; v)$-maršruta garumu. Vispārīgā gadījumā attālums starp u un v nav vienāds ar attālumu starp v un u.

Maršrutu sauc par **ķēdi**, ja visi šī maršruta loki ir dažādi. Maršrutu sauc par **ceļu**, ja visas šī maršruta virsotnes, izņemot, varbūt, tā sākumu un beigas, ir dažādas. Acīmredzot, *jebkurš ceļš ir ķēde, bet ne katra ķēde ir ceļš.*

Ciklisku ceļu sauc par **kontūru**.

Orgrafa G virsotņu un loku virkni (3.4) sauc par **pusmaršrutu**, ja $e_i = (u_i; u_{i+1})$ vai $e_i = (u_{i+1}; u_i)$ jebkuram $i = 1, 2, \ldots, t$. Acīmredzot, jebkurš maršruts ir pusmaršruts, bet ne otrādi.

Orgrafa G pusmaršrutu sauc par **karkasveida pusmaršrutu**, ja tas satur visas orgrafa G virsotnes.

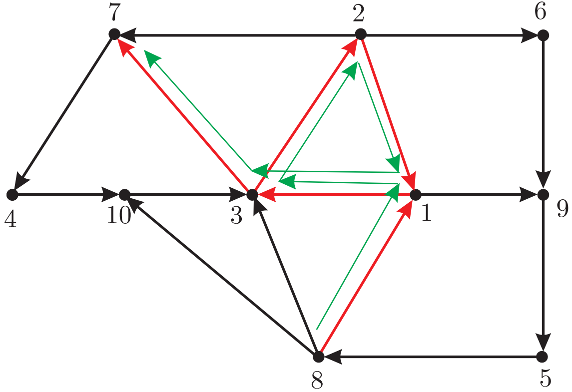
Saka, ka **orgrafa G virsotne v ir sasniedzama no šī orgrafa virsotnes u**, ja orgrafā G eksistē $(u; v)$-maršruts. Uzskata, ka jebkura orgrafa virsotne ir sasniedzama no sevis pašas.

Orgrafu sauc par

- **stingri sakarīgu**, ja jebkuras divas orgrafa virsotnes ir sasniedzamas viena no otras;
- **vienpusēji sakarīgu**, ja no jebkurām divām orgrafa virsotnēm vismaz viena ir sasniedzama no otras;
- **vāji sakarīgu** vai **sakarīgu**, ja jebkuras divas tā virsotnes var savienot ar pusmaršrutu;
- **nesakarīgu**, ja tam atbilstošais neorientētais grafs ir nesakarīgs.

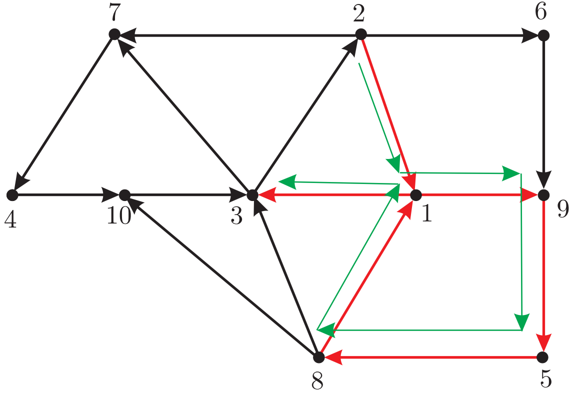
Acīmredzot, *orgrafs ir vāji sakarīgs tad un tikai tad, kad tam atbilstošais neorientētais grafs ir sakarīgs.*

3.1. piemērs. 8,1,3,2,1,3,7 ir vaļējs (8;7)-maršruts ar garumu 7, šis maršruts nav ķēde (jo tajā loks $(1;3)$ ieiet divas reizes), līdz ar to šis maršruts nav arī ceļš.



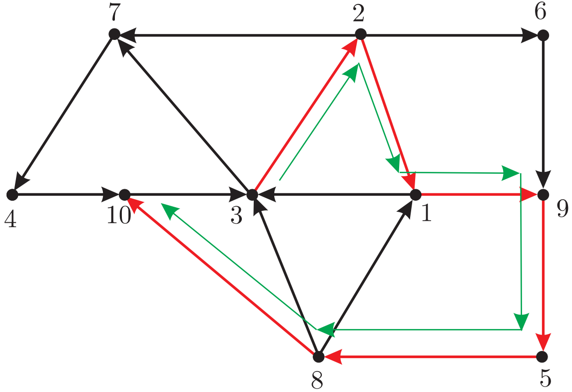
11. zīm.

3.2. piemērs. 2,1,9,5,8,1,3 ir vaļējs (2;3)-maršruts ar garumu 6, šis maršruts ir ķēde, jo visi tajā ieejošie loki ir dažādi), taču šis maršruts nav ceļš (jo tajā virsotne 1 ieiet divas reizes).



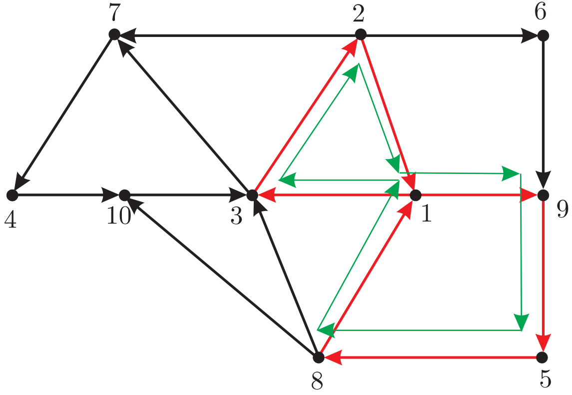
12. zīm.

3.3. piemērs. 3,2,1,9,5,8,10 ir vaļējs (3;10)-maršruts ar garumu 5, šis maršruts ir ceļš (jo visas tajā ieejošās virsotnes ir dažādas), līdz ar to šis maršruts ir arī ķēde.



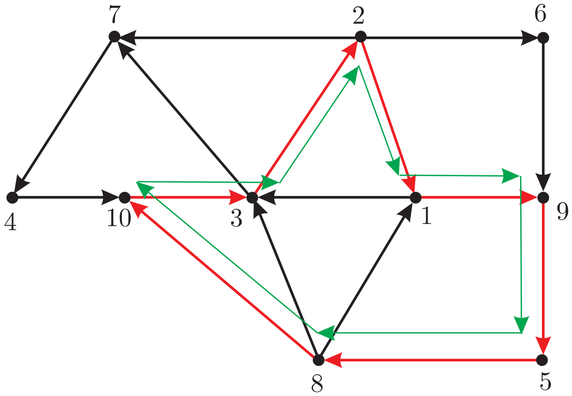
13. zīm.

3.4. piemērs. 8,1,3,2,1,9,5,8 ir ciklisks maršruts ar garumu **7**, šis maršruts nav kontūrs (jo tajā virsotne 1 ieiet divas reizes).



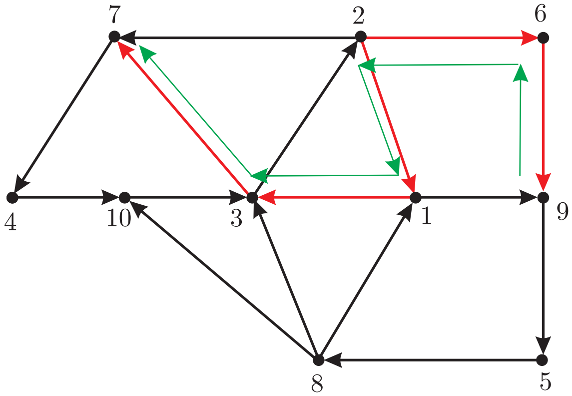
14. zīm.

3.5. piemērs. 3,2,1,9,5,8,10,3 ir kontūrs.



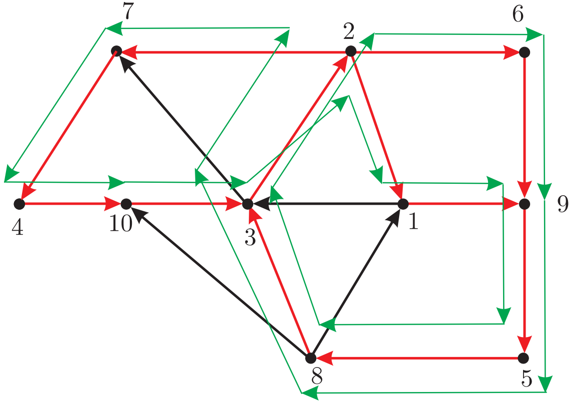
15. zīm.

3.6. piemērs. 9,6,2,1,3,7 ir pusmaršruts, kas nav maršruts.



16. zīm.

3.7. piemērs. **2**,**1**,**9**,**5**,**8**,**3**,2, **6**,9,5,8,3,2,**7**,**4**,**10**,3,2 ir ciklisks karkasveida maršruts, jo tas satur visas orgrafa G virsotnes.



17. zīm.

3.1. teorēma. *Ir spēkā šādi apgalvojumi.*

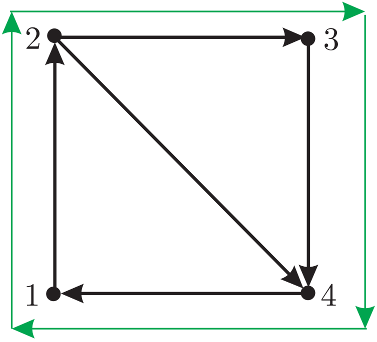
- *Orgrafs ir* ***stingri sakarīgs*** *tad un tikai tad, kad tajā eksistē ciklisks karkasveida maršruts.*
- *Orgrafs ir* ***vienpusēji sakarīgs*** *tad un tikai tad, kad tajā eksistē karkasveida maršruts.*
- *Orgrafs ir* ***vāji sakarīgs*** *tad un tikai tad, kad tajā eksistē karkasveida pusmaršruts.*

3.8. piemērs.

Saskaņā ar 3.1. teorēmu 17. zīm. attēlotais orgrafs ir stingri sakarīgs, jo tas satur ciklisku karkasveida maršrutu

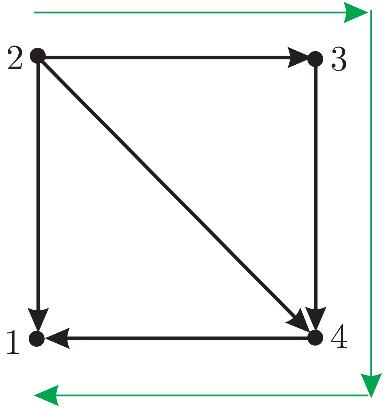
$$\mathbf{2},\mathbf{1},\mathbf{9},\mathbf{5},\mathbf{8},\mathbf{3},2,\mathbf{6},9,5,8,3,2,\mathbf{7},\mathbf{4},\mathbf{10},3,2.$$

3.9. piemērs. 18. zīm. attēlotais orgrafs ir stingri sakarīgs, jo tas satur ciklisku karkasveida maršrutu 1,2,3,4,1.



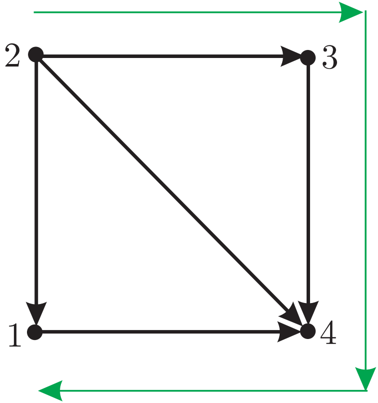
18. zīm.

3.10. piemērs. 19. zīm. attēlotais orgrafs ir vienpusēji sakarīgs, jo tas satur karkasveida maršrutu 2,3,4,1. *Orgrafs nav stingri sakarīgs!*



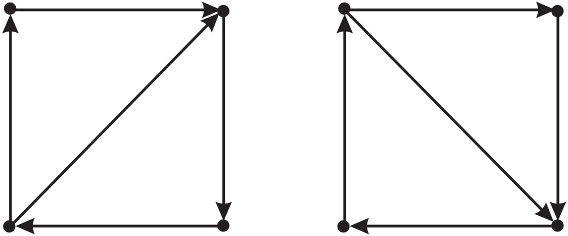
19. zīm.

3.11. piemērs. 20. zīm. attēlotais orgrafs ir vāji sakarīgs, jo tas satur karkasveida pusmaršrutu 2,3,4,1. *Orgrafs nav vienpusēji sakarīgs, un līdz ar to tas nav stingri sakarīgs!*



20. zīm.

3.12. piemērs. 21. zīm. attēlotais orgrafs G_4 ir nesakarīgs.



21. zīm.

3.1. piezīme. Iepriekš minētos jēdzienus var uzskatāmi ilustrēt, ja uzskatīt, ka orgrafs attēlo ielu ar vienvirziena kustību shēmu (ielu krustojumi - virsotnes, loki - ielas ar vienvirziena kustību).

- Ja ielu shēmai atbilst *stingri sakarīgs orgrafs*, tad no jebkura krustojuma var aizbraukt uz jebkuru citu krustojumu, nepārkāpjot ceļu satiksmes noteikumus.
- Ja ielu shēmai atbilst *vienpusēji sakarīgs orgrafs, kas nav stingri sakarīgs orgrafs*, tad
  - no jebkuriem diviem krustojumiem viens ir tāds, ka no tā var aizbraukt uz otru krustojumu, nepārkāpjot ceļu satiksmes noteikumus,
  - eksistē tādi divi krustojumi, ka no viena no tiem var aizbraukt uz otru tikai pārkāpjot ceļu satiksmes noteikumus.
- Ja ielu shēmai atbilst *vāji sakarīgs orgrafs, kas nav vienpusēji sakarīgs orgrafs*, tad
  - no jebkura krustojuma var aizbraukt uz jebkuru citu krustojumu, iespējams, pārkāpjot ceļu satiksmes noteikumus,

  - eksistē tādi divi krustojumi, ka no viena no tiem var aizbraukt uz otru tikai pārkāpjot ceļu satiksmes noteikumus.

- Ja ielu shēmai atbilst *nesakarīgs orgrafs*, tad eksistē tādi divi krustojumi, ka nav neviena ceļa, kas savienotu šos divus krustojumus (piemēram, šie krustojumi atrodas pilsētu šķērsojošās upes dažādās pusēs, kuras nav savienotas ar tiltu).

Literatūra

[1] Clark A., Holton D.A. *A First Look at Graph Theory*. World Scientific Publishing Company, 1991. 13, 23

[2] Acharjya D.P. *Fundamental Approach to Discrete Mathematics*. New Age International (P) Ltd., 2005. 23