

DAUGAVPILS UNIVERSITĀTE
Dabaszinātņu un matemātikas fakultāte
Fizikas un matemātikas katedra

Armands Gricāns

Diskrētā matemātika

Regulāri grafi

2020. gada 27. septembris

2020

Saturs

1. Regulāra grafa definīcija un īpašības	3
2. Regulāru grafu piemēri	6
Alfabētiskais rādītājs	8
Literatūra	9

1. Regulāra grafa definīcija un īpašības

Grafu G sauc par **regulāru**, ja

$$\Delta(G) = \delta(G),$$

t.i., visu grafa virsotņu pakāpes ir vienādas. Atgādināsim, ka

$$\Delta(G) = \max_{u \in VG} \deg u, \quad \delta(G) = \min_{u \in VG} \deg u.$$

Ja

$$\Delta(G) = \delta(G) = k \quad (k \geq 0),$$

tad k apzīmē ar $\deg(G)$ un sauc par **grafa G pakāpi**, bet G sauc par **k -pakāpes regulāru grafu**.

3-pakāpes regulāru grafu sauc par **kubisku grafu**.

Ja G ir k -tās pakāpes regulārs $(n; m)$ -grafs, tad no Lemmas par rokaspiedieniem izriet, ka

$$n \cdot k = 2m.$$

No šīs vienādības izriet šādi apgalvojumi.

- *Regulāra grafa kārta un pakāpe nevar būt vienlaicīgi nepāra skaitļi.*
- *Nepāra pakāpes regulāram grafam var būt tikai pāra skaits virsotņu.*

$$\left(\begin{array}{cc} \text{virsotņu} & \\ \text{skaits} & \text{pakāpe} \\ \downarrow & \downarrow \\ n & k \\ & \uparrow \\ & \text{nepāra} \end{array} \right) = 2m \Rightarrow (\text{virsotņu skaits} = \text{pāra}).$$

- *Nepāra kārtas regulāra grafa pakāpe ir pāra skaitlis.*

$$\left(\begin{array}{cc} \text{kārta} & \text{pakāpe} \\ \downarrow & \downarrow \\ n & k \\ \uparrow & \\ \text{nepāra} & \end{array} \right) = 2m \Rightarrow (\text{pakāpe} = \text{pāra}).$$

- *Jebkuram kubiskam $(n; m)$ -grafam ir spēkā vienādība $m = \frac{3}{2}n$.*
- *Regulāra grafa vidējā pakāpe ir vienāda ar tā pakāpi.*

Ja $\deg(G) = k$, tad

$$\overline{\deg}(G) = \frac{1}{n} nk = k = \deg(G).$$

2. Regulāru grafu piemēri

- Tukšais grafs O_n ($n \geq 1$) ir nultās pakāpes regulārs grafs.
- Pilnais grafs K_2 ir 1. pakāpes regulārs grafs.
- Vienkāršie cikli C_n ($n \geq 3$) ir 2. pakāpes regulāri grafi.
- - Tetraedra grafs,
 - kuba grafs,
 - dodekaedra grafs,
 - Petersena grafs,
 - prizmu grafi S_n ($n \geq 3$),
 - pilnais divdaļu grafs $K_{3,3}$

ir kubiski grafi.

- *Pilns divdaļu grafs $K_{p,q}$ ir regulārs grafs tad un tikai tad, kad tā daļām ir viens un tas pats virsotņu skaits, t.i., $p = q$.*
- Oktaedra grafs ir 4. pakāpes regulārs grafs.
- Ikosaedra grafs ir 5. pakāpes regulārs grafs.

k -tās kārtas ($k = 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$) neizomorfo regulāro grafu ar n ($n = 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10$) virsotnēm skaits ir norādīts tabulā:

	$n = 3$	4	5	6	7	8	9	10
$k = 2$	1	1	1	1	1	1	1	1
3		1	-	2	-	5	-	19
4			1	1	2	6	16	59
5				1	-	3	-	60
6					1	1	4	21
7						1	-	5
8							1	1

Alfabētiskais rādītājs

grafa

pakāpe, 3

grafs

k -tās pakāpes regulārs, 3

kubisks, 3

regulārs, 3

Literatūra

- [1] Vasudev C. *Graph Theory with Applications*. New Age International (P) Ltd., 2006.
- [2] Емеличев В.А., Мельников О.И., Сарванов В.И., Тышкевич Р.И. *Лекции по теории графов*. Наука, Москва, 1990.