

*DAUGAVPILS UNIVERSITĀTE*  
*Dabaszinātņu un matemātikas fakultāte*  
*Fizikas un matemātikas katedra*

**Armands Gricāns**

*Diskrētā matemātika*

**Prīmas metode**

*2022. gada 12. septembris*

*2022*

# Saturs

1. Prīmas metode minimālā svara parciālkoka atrašanai 4
2. Prīmas metode maksimālā svara parciālkoka atrašanai 33

*Prīmas metode ļauj atrast minimālā (maksimālā) svāra parciālkoku dotajā sakarīgajā grafā ar svāriem.*

*Dažkārt Prīmas metodi sauc arī par tuvākā kaimiņa metodi.*

# 1. Prīmas metode minimālā svara parciāl-koka atrašanai

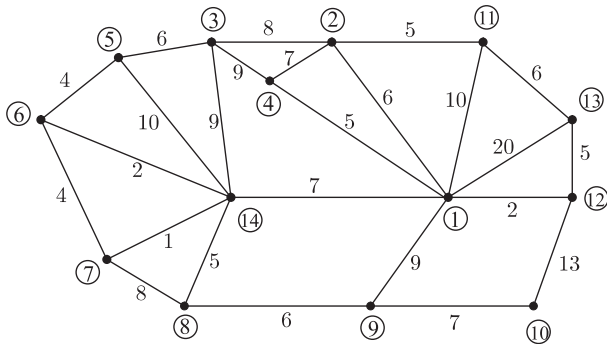
1957. gadā R. Prīms (*R.C. Prim*) piedāvāja metodi, kas arī ļauj sakarīgā grafā  $G$  ( $|G| = n \geq 2$ ) ar svariem atrast parciālkoku ar minimālo svaru, tikai atšķirībā no Kraskala metodes Prīmas metodes katrā solī tiek konstruēts koks, bet nevis aciklisks grafs.

**Prīmas metode.** Izveidosim koku virkni  $T_1, T_2, \dots, T_{n-1}$ .

1. Apskatām patvaļīgu grafa  $G$  virsotni  $u$ . Izvēlamies šķautni  $uv$  ar minimālo svaru. Izveidojam koku  $T_1$ , kas sastāv no virsotnēm  $u$  un  $v$  un šķautnes  $uv$ .
2. Pieņemsim, ka koks  $T_i$  ( $i \geq 1$ ) ir jau iegūts. Starp grafa  $G$  šķautnēm, kas savieno koka  $T_i$  virsotnes ar šim kokam nepiederošām grafa  $G$  virsotnēm, izvēlamies šķautni  $e_{i+1}$  ar minimālo svaru un apskatām koku  $T_{i+1} = T_i + e_{i+1}$ .
3. Ja  $i < n - 1$ , tad pārejām pie 2. punkta. Ja  $i = n - 1$ , tad  $T_{n-1}$  ir grafa  $G$  parciālkoks ar minimālo svaru.

Var pierādīt, ka ar Prīmas metodi vienmēr nonāksim pie grafa  $G$  parciālkoka ar minimālo svaru.

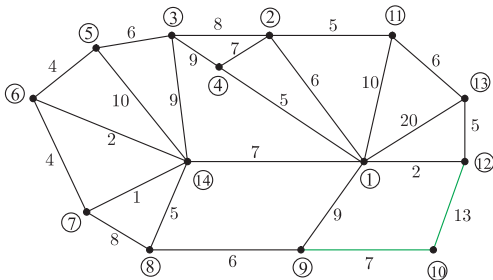
Lietojot Prīmas metodi, atradīsim grafa  $G$  (skat. 1. zīm.) parciālkoku ar minimālo svaru.



1. zīm.

1. *solis.* Apskatām virsotni  $u = 10$  un visas tai incidentās šķautnes:

9	10
10	12
7	13

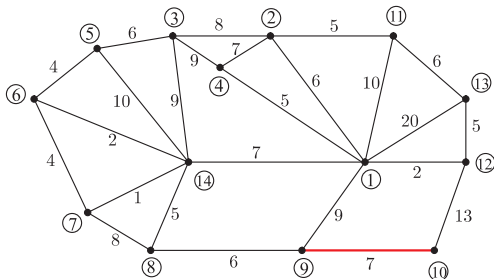


2. zīm.

Izvēlamies šķautni ar minimālo svaru, t.i., šķautni  $\{9; 10\}$  ar svaru 7. Apskatām koku  $T_1$ , kas sastāv no virsotnēm 9 un 10 un šķautnes  $\{9; 10\}$ .

1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	3	3	3
2	4	9	11	12	13	14	3	4	11	4	5	14
6	5	9	10	2	20	7	8	7	5	9	6	9
5	5	6	6	7	7	8	8	9	10	11	12	
6	14	7	14	8	14	9	14	10	12	13	13	
4	10	4	2	8	1	6	5	7	13	6	5	

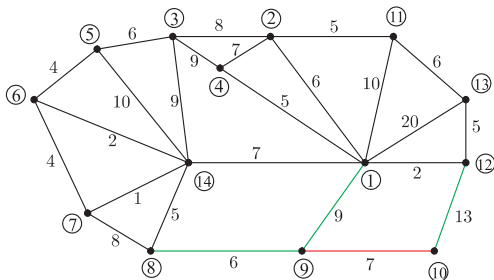
Koka  $T_1$  svars ir 7.



3. zīm.

2. *solis.* Apskatām visas grafa  $G$  šķautnes, kas savieno koka  $T_1$  virsotnes ar kokam  $T_1$  nepiederošām grafa  $G$  virsotnēm:

1	8	10
9	9	12
9	6	13



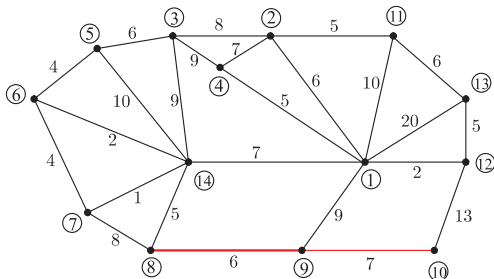
4. zīm.



Izvēlamies šķautni ar minimālo svaru, t.i., šķautni  $\{8;9\}$  ar svaru 6. Apskatām koku  $T_2 = T_1 + \{8;9\}$ .

1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	3	3	3
2	4	9	11	12	13	14	3	4	11	4	5	14
6	5	9	10	2	20	7	8	7	5	9	6	9
5	5	6	6	7	7	8	8	9	10	11	12	
6	14	7	14	8	14	9	14	10	12	13	13	
4	10	4	2	8	1	6	5	7	13	6	5	

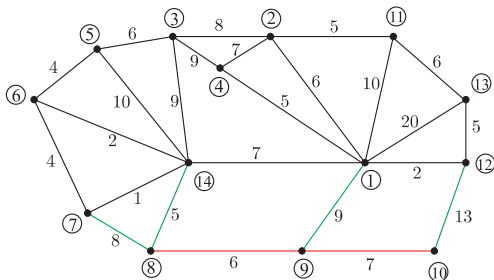
Koka  $T_2$  svars ir  $7 + 6 = 13$ .



5. zīm.

3. *solis.* Apskatām visas grafa  $G$  šķautnes, kas savieno koka  $T_2$  virsotnes ar kokam  $T_2$  nepiederošām grafa  $G$  virsotnēm:

1	7	8	10
9	8	14	12
9	8	5	13

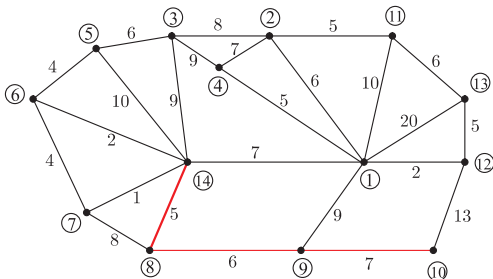


6. zīm.

Izvēlamies šķautni ar minimālo svaru, t.i., šķautni  $\{8; 14\}$  ar svaru 5. Apskatām koku  $T_3 = T_2 + \{8; 14\}$ .

1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	3	3	3
2	4	9	11	12	13	14	3	4	11	4	5	14
6	5	9	10	2	20	7	8	7	5	9	6	9
5	5	6	6	7	7	8	8	9	10	11	12	
6	14	7	14	8	14	9	14	10	12	13	13	
4	10	4	2	8	1	6	5	7	13	6	5	

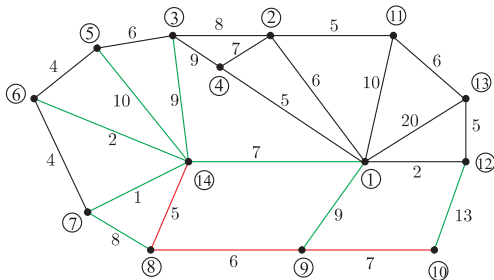
Koka  $T_3$  svars ir  $13 + 5 = 18$ .



7. zīm.

4. *solis.* Apskatām visas grafa  $G$  šķautnes, kas savieno koka  $T_3$  virsotnes ar kokam  $T_3$  nepiederošām grafa  $G$  virsotnēm:

1	1	3	5	6	7	7	10
9	14	14	14	14	8	14	12
9	7	9	10	2	8	1	13

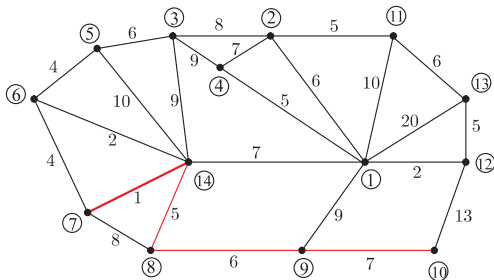


8. zīm.

Izvēlamies šķautni ar minimālo svaru, t.i., šķautni  $\{7; 14\}$  ar svaru 1. Apskatām koku  $T_4 = T_3 + \{7; 14\}$ .

1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	3	3	3
2	4	9	11	12	13	14	3	4	11	4	5	14
6	5	9	10	2	20	7	8	7	5	9	6	9
5	5	6	6	7	7	8	8	9	10	11	12	
6	14	7	14	8	14	9	14	10	12	13	13	
4	10	4	2	8	1	6	5	7	13	6	5	

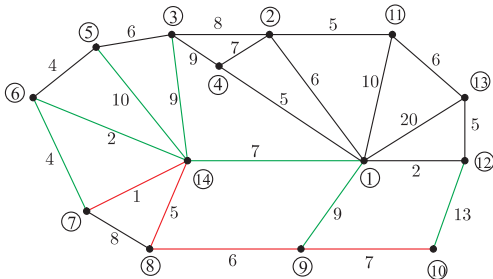
Koka  $T_4$  svars ir  $18 + 1 = 19$ .



9. zīm.

5. *solis.* Apskatām visas grafa  $G$  šķautnes, kas savieno koka  $T_4$  virsotnes ar kokam  $T_4$  nepiederošām grafa  $G$  virsotnēm:

1	1	3	5	6	6	10
9	14	14	14	7	14	12
9	7	9	10	4	2	13

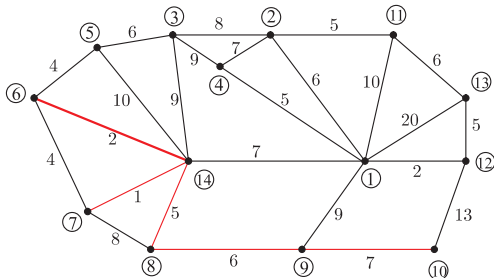


10. zīm.

Izvēlamies šķautni ar minimālo svaru, t.i., šķautni  $\{6; 14\}$  ar svaru 2. Apskatām koku  $T_5 = T_4 + \{6; 14\}$ .

1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	3	3	3
2	4	9	11	12	13	14	3	4	11	4	5	14
6	5	9	10	2	20	7	8	7	5	9	6	9
5	5	6	6	7	7	8	8	9	10	11	12	
6	14	7	14	8	14	9	14	10	12	13	13	
4	10	4	2	8	1	6	5	7	13	6	5	

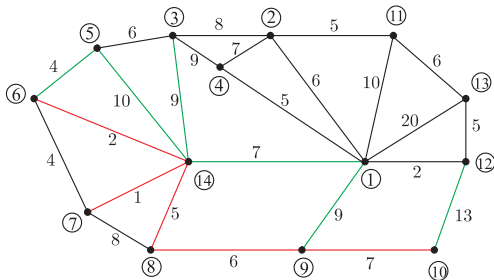
Koka  $T_5$  svars ir  $19 + 2 = 21$ .



11. zīm.

6. *solis.* Apskatām visas grafa  $G$  šķautnes, kas savieno koka  $T_5$  virsotnes ar kokam  $T_5$  nepiederošām grafa  $G$  virsotnēm:

1	1	3	5	5	10
9	14	14	6	14	12
9	7	9	4	10	13



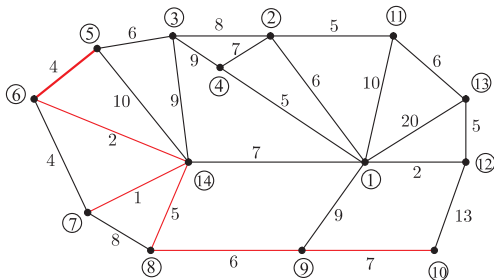
12. zīm.



Izvēlamies šķautni ar minimālo svaru, t.i., šķautni  $\{5;6\}$  ar svaru 4. Apskatām koku  $T_6 = T_5 + \{5;6\}$ .

1	1	1	1	1	1	2	2	2	3	3	3	
2	4	9	11	12	13	14	3	4	11	4	5	14
6	5	9	10	2	20	7	8	7	5	9	6	9
<b>5</b>	5	6	<b>6</b>	7	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	10	11	12	
<b>6</b>	14	7	<b>14</b>	8	<b>14</b>	<b>9</b>	<b>14</b>	<b>10</b>	12	13	13	
<b>4</b>	10	4	<b>2</b>	8	<b>1</b>	<b>6</b>	<b>5</b>	<b>7</b>	13	6	5	

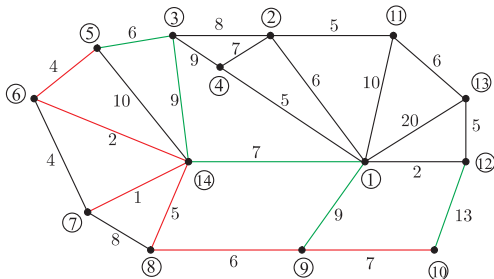
Koka  $T_6$  svars ir  $21 + 4 = 25$ .



13. zīm.

7. *solis.* Apskatām visas grafa  $G$  šķautnes, kas savieno koka  $T_6$  virsotnes ar kokam  $T_6$  nepiederošām grafa  $G$  virsotnēm:

1	1	3	3	10
9	14	5	14	12
9	7	6	9	13

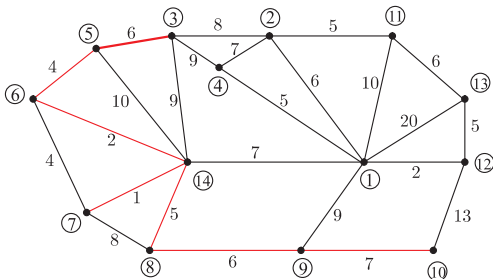


14. zīm.

Izvēlamies šķautni ar minimālo svaru, t.i., šķautni  $\{3; 5\}$  ar svaru 6. Apskatām koku  $T_7 = T_6 + \{3; 5\}$ .

1	1	1	1	1	1	2	2	2	3	<b>3</b>	3	
2	4	9	11	12	13	14	3	4	11	4	<b>5</b>	14
6	5	9	10	2	20	7	8	7	5	9	<b>6</b>	9
<b>5</b>	5	6	<b>6</b>	7	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	10	11	12	
<b>6</b>	14	7	<b>14</b>	8	<b>14</b>	<b>9</b>	<b>14</b>	<b>10</b>	12	13	13	
<b>4</b>	10	4	<b>2</b>	8	<b>1</b>	<b>6</b>	<b>5</b>	<b>7</b>	13	6	5	

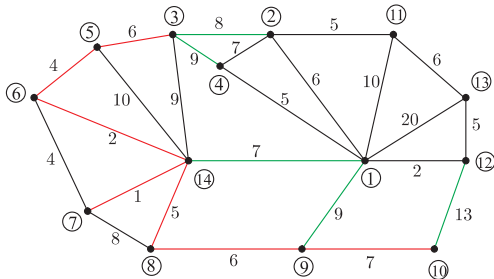
Koka  $T_7$  svars ir  $25 + 6 = \mathbf{31}$ .



15. zīm.

8. *solis.* Apskatām visas grafa  $G$  šķautnes, kas savieno koka  $T_7$  virsotnes ar kokam  $T_7$  nepiederošām grafa  $G$  virsotnēm:

1	1	2	3	10
9	14	3	4	12
9	7	8	9	13

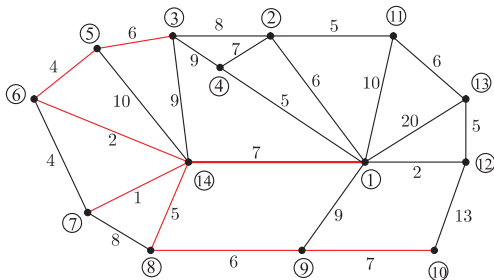


16. zīm.

Izvēlamies šķautni ar minimālo svaru, t.i., šķautni  $\{1; 14\}$  ar svaru 7. Apskatām koku  $T_8 = T_7 + \{1; 14\}$ .

1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	3	3	3
2	4	9	11	12	13	14	3	4	11	4	5	14
6	5	9	10	2	20	7	8	7	5	9	6	9
5	5	6	6	7	7	8	8	9	10	11	12	
6	14	7	14	8	14	9	14	10	12	13	13	
4	10	4	2	8	1	6	5	7	13	6	5	

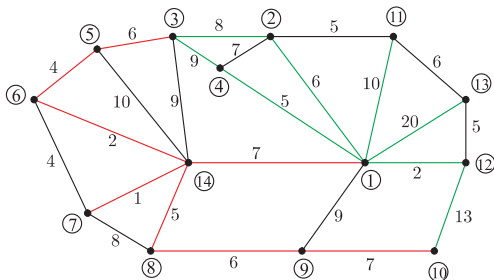
Koka  $T_8$  svars ir  $31 + 7 = 38$ .



17. zīm.

9. *solis.* Apskatām visas grafa  $G$  šķautnes, kas savieno koka  $T_8$  virsotnes ar kokam  $T_8$  nepiederošām grafa  $G$  virsotnēm:

1	1	1	1	1	2	3	10
2	4	11	12	13	3	4	12
6	5	10	2	20	8	9	13

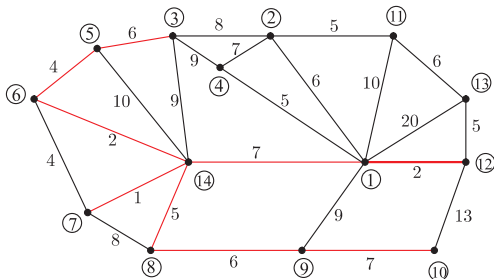


18. zīm.

Izvēlamies šķautni ar minimālo svaru, t.i., šķautni  $\{1;12\}$  ar svaru 2. Apskatām koku  $T_9 = T_8 + \{1;12\}$ .

1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	3	3	3
2	4	9	11	12	13	14	3	4	11	4	5	14
6	5	9	10	2	20	7	8	7	5	9	6	9
5	5	6	6	7	7	8	8	9	10	11	12	
6	14	7	14	8	14	9	14	10	12	13	13	
4	10	4	2	8	1	6	5	7	13	6	5	

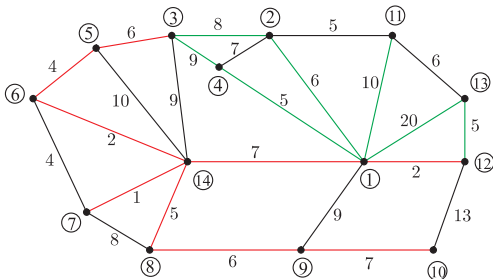
Koka  $T_9$  svars ir  $38 + 2 = 40$ .



19. zīm.

10. *solis.* Apskatām visas grafa  $G$  šķautnes, kas savieno koka  $T_9$  virsotnes ar kokam  $T_9$  nepiederošām grafa  $G$  virsotnēm:

1	<b>1</b>	1	1	2	3	12
2	<b>4</b>	11	13	3	4	13
6	<b>5</b>	10	20	8	9	5



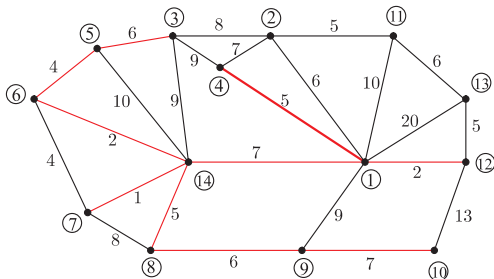
20. zīm.



Izvēlamies šķautni ar minimālo svaru, t.i., šķautni  $\{1; 4\}$  ar svaru 5. Apskatām koku  $T_{10} = T_9 + \{1; 4\}$ .

1	1	1	1	1	1	2	2	2	3	3	3	
2	4	9	11	12	13	14	3	4	11	4	14	
6	5	9	10	2	20	7	8	7	5	9	6	9
5	5	6	6	7	7	8	8	9	10	11	12	
6	14	7	14	8	14	9	14	10	12	13	13	
4	10	4	2	8	1	6	5	7	13	6	5	

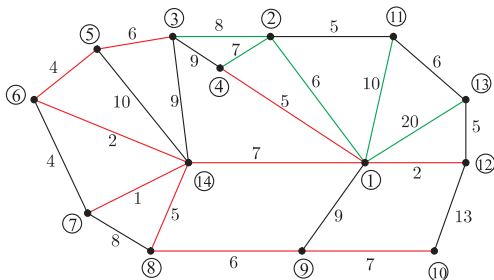
Koka  $T_{10}$  svars ir  $40 + 5 = 45$ .



21. zīm.

11. *solis.* Apskatām visas grafa  $G$  šķautnes, kas savieno koka  $T_{10}$  virsotnes ar kokam  $T_{10}$  nepiederošām grafa  $G$  virsotnēm:

1	1	1	2	2	12
2	11	13	3	4	13
6	10	20	8	7	5

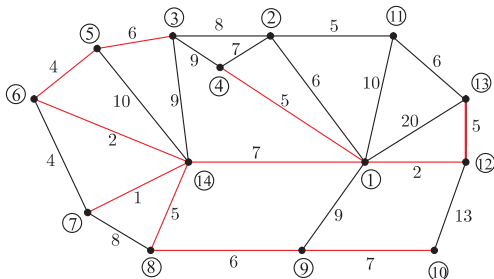


22. zīm.

Izvēlamies šķautni ar minimālo svaru, t.i., šķautni  $\{12; 13\}$  ar svaru 5. Apskatām koku  $T_{11} = T_{10} + \{12; 13\}$ .

1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	3	3	3
2	4	9	11	12	13	14	3	4	11	4	5	14
6	5	9	10	2	20	7	8	7	5	9	6	9
5	5	6	6	7	7	8	8	9	10	11	12	
6	14	7	14	8	14	9	14	10	12	13	13	
4	10	4	2	8	1	6	5	7	13	6	5	

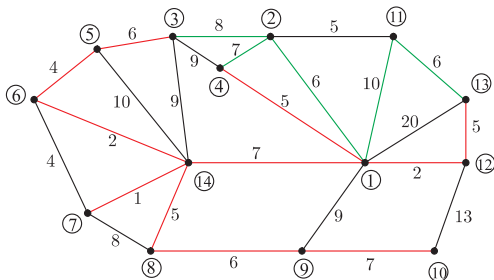
Koka  $T_{11}$  svars ir  $45 + 5 = 50$ .



23. zīm.

12. *solis.* Apskatām visas grafa  $G$  šķautnes, kas savieno koka  $T_{11}$  virsotnes ar kokam  $T_{11}$  nepiederošām grafa  $G$  virsotnēm:

<b>1</b>	1	2	2	11
<b>2</b>	11	3	4	13
<b>6</b>	10	8	7	6

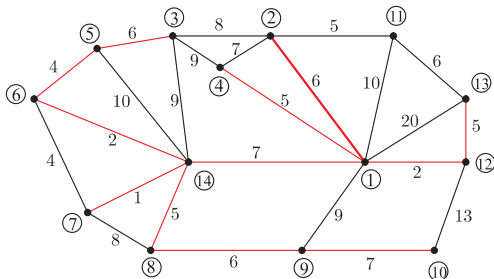


24. zīm.

Izvēlamies šķautni ar minimālo svaru, t.i., šķautni  $\{1;2\}$  ar svaru 6. Apskatām koku  $T_{12} = T_{11} + \{1;2\}$ .

1	1	1	1	1	1	2	2	2	3	3	3
2	4	9	11	12	13	14	3	4	11	4	14
6	5	9	10	2	20	7	8	7	5	9	9
5	5	6	6	7	7	8	8	9	10	11	12
6	14	7	14	8	14	9	14	10	12	13	13
4	10	4	2	8	1	6	5	7	13	6	5

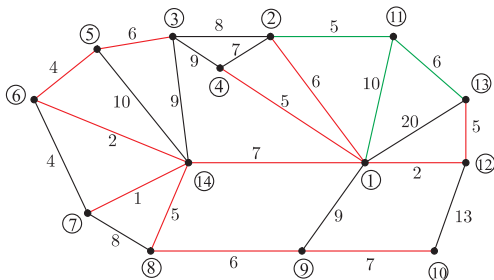
Koka  $T_{12}$  svars ir  $50 + 6 = 56$ .



25. zīm.

13. *solis.* Apskatām visas grafa  $G$  šķautnes, kas savieno koka  $T_{12}$  virsotnes ar kokam  $T_{12}$  nepiederošām grafa  $G$  virsotnēm:

1	2	11
11	11	13
10	5	6

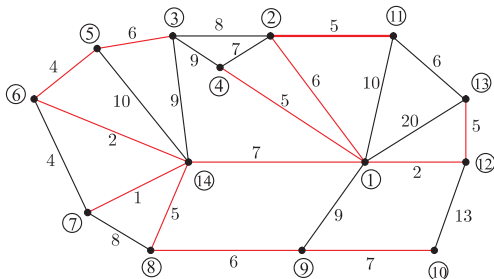


26. zīm.

Izvēlamies šķautni ar minimālo svaru, t.i., šķautni  $\{2; 11\}$  ar svaru 5. Apskatām koku  $T_{13} = T_{12} + \{2; 11\}$ .

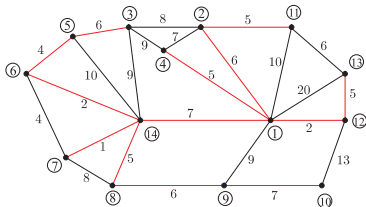
1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	3	3	3
2	4	9	11	12	13	14	3	4	11	4	5	14
6	5	9	10	2	20	7	8	7	5	9	6	9
5	5	6	6	7	7	8	8	9	10	11	12	
6	14	7	14	8	14	9	14	10	12	13	13	
4	10	4	2	8	1	6	5	7	13	6	5	

Koka  $T_{13}$  svars ir  $56 + 5 = 61$ .

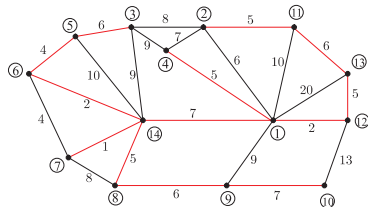


27. zīm.

Tā kā koka  $T_{13}$  indekss 13 ir par 1 mazāks nekā grafa  $G$  virsotņu skaits, tad metodes darbu beidzam. **Koks  $T_{13}$  ir minimālā svara parciālkoks dotajā grafā  $G$ . Parciālkoka  $T_{13}$  svars ir 61.**



28. zīm. Minimālā svara parciālkoks, kas tika iegūts, lietojot Prīmas metodi.



29. zīm. Minimālā svara parciālkoks, kas tika iegūts, lietojot Kraskala metodi.

Tāds pats minimālā svara parciālkoka svars 61 tika iegūts ar Kraskala metodes palīdzību. Jāatzīmē, ka, lietojot Kraskala metodi, tika iegūts cits minimālā svara parciālkoks.



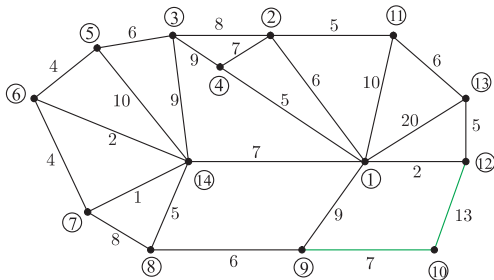
## 2. Prīmas metode maksimālā svara parciālkoka atrašanai

Ja saskaņā ar Prīmas metodi katrā solī izvēlēties maksimālā (nevis minimālā) svara šķautni, tad tiks iegūts maksimālā svara parciālkoks.

Lietojot Prīmas metodi, atradīsim grafa  $G$  (skat. 1. zīm.) parciālkoku ar maksimālo svaru.

1. *solis.* Apskatām virsotni  $u = 10$  un visas tai incidentās šķautnes:

9	<b>10</b>
10	<b>12</b>
7	<b>13</b>

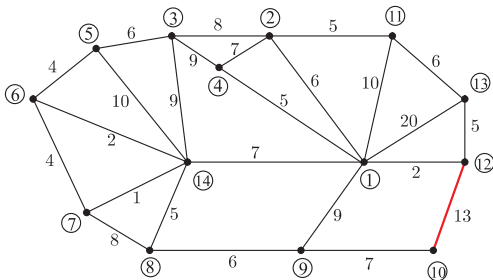


30. zīm.

Izvēlamies šķautni ar maksimālo svaru, t.i., šķautni  $\{10; 12\}$  ar svaru 13. Apskatām koku  $T_1$ , kas sastāv no virsotnes 10 un šķautnes  $\{10; 12\}$ .

1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	3	3	3
2	4	9	11	12	13	14	3	4	11	4	5	14
6	5	9	10	2	20	7	8	7	5	9	6	9
5	5	6	6	7	7	8	8	9	10	11	12	
6	14	7	14	8	14	9	14	10	12	13	13	
4	10	4	2	8	1	6	5	7	13	6	5	

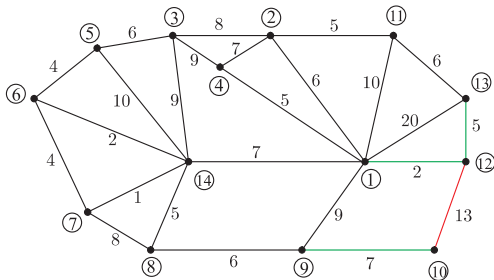
Koka  $T_1$  svars ir **13**.



31. zīm.

2. *solis.* Apskatām visas grafa  $G$  šķautnes, kas savieno koka  $T_1$  virsotnes ar kokam  $T_1$  nepiederošām grafa  $G$  virsotnēm:

1	9	12
12	10	13
2	7	5

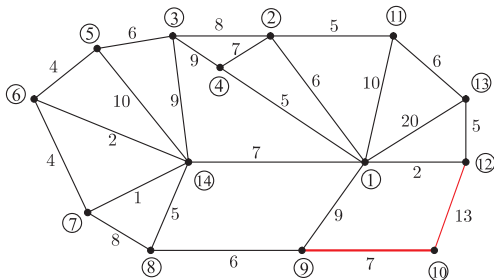


32. zīm.

Izvēlamies šķautni ar maksimālo svaru, t.i., šķautni  $\{9; 10\}$  ar svaru 7. Apskatām koku  $T_2 = T_1 + \{9; 10\}$ .

1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	3	3	3
2	4	9	11	12	13	14	3	4	11	4	5	14
6	5	9	10	2	20	7	8	7	5	9	6	9
5	5	6	6	7	7	8	8	9	10	11	12	
6	14	7	14	8	14	9	14	10	12	13	13	
4	10	4	2	8	1	6	5	7	13	6	5	

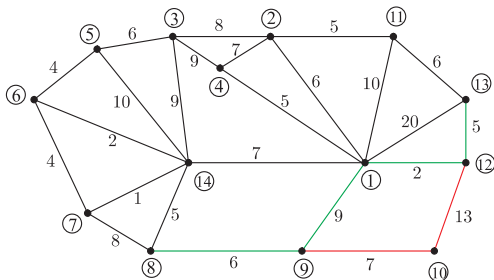
Koka  $T_2$  svars ir  $13 + 7 = 20$ .



33. zīm.

3. *solis.* Apskatām visas grafa  $G$  šķautnes, kas savieno koka  $T_2$  virsotnes ar kokam  $T_2$  nepiederošām grafa  $G$  virsotnēm:

1	1	12
9	12	13
9	2	5

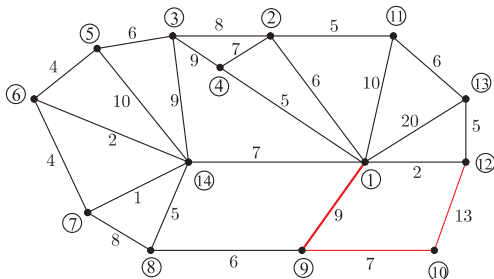


34. zīm.

Izvēlamies šķautni ar maksimālo svaru, t.i., šķautni  $\{1;9\}$  ar svaru 9. Apskatām koku  $T_3 = T_2 + \{1;9\}$ .

1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	3	3	3
2	4	9	11	12	13	14	3	4	11	4	5	14
6	5	9	10	2	20	7	8	7	5	9	6	9
5	5	6	6	7	7	8	8	9	10	11	12	
6	14	7	14	8	14	9	14	10	12	13	13	
4	10	4	2	8	1	6	5	7	13	6	5	

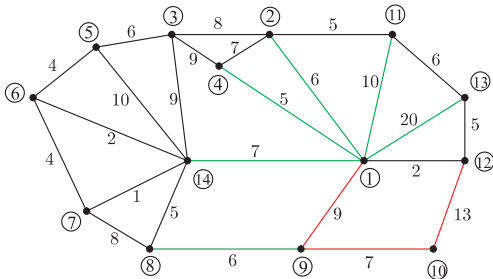
Koka  $T_3$  svars ir  $20 + 9 = 29$ .



35. zīm.

4. solis. Apskatām visas grafa  $G$  šķautnes, kas savieno koka  $T_3$  virsotnes ar kokam  $T_3$  nepiederošām grafa  $G$  virsotnēm:

1	1	1	1	1	8
2	4	11	13	14	9
6	5	10	20	7	6



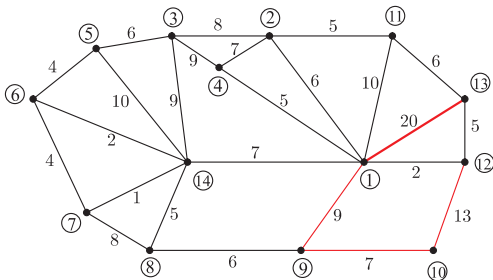
36. zīm.



Izvēlamies šķautni ar maksimālo svaru, t.i., šķautni  $\{1; 13\}$  ar svaru 20. Apskatām koku  $T_4 = T_3 + \{1; 13\}$ .

1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	3	3	3
2	4	9	11	12	13	14	3	4	11	4	5	14
6	5	9	10	2	20	7	8	7	5	9	6	9
5	5	6	6	7	7	8	8	9	10	11	12	
6	14	7	14	8	14	9	14	10	12	13	13	
4	10	4	2	8	1	6	5	7	13	6	5	

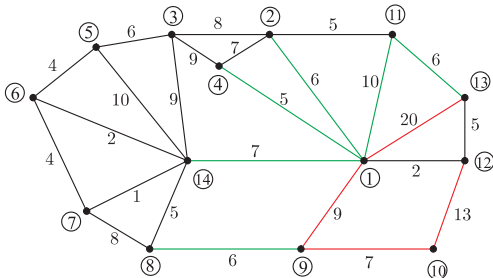
Koka  $T_4$  svars ir  $29 + 20 = 49$ .



37. zīm.

5. *solis.* Apskatām visas grafa  $G$  šķautnes, kas savieno koka  $T_4$  virsotnes ar kokam  $T_4$  nepiederošām grafa  $G$  virsotnēm:

1	1	1	1	8	11
2	4	11	14	9	13
6	5	10	7	6	6

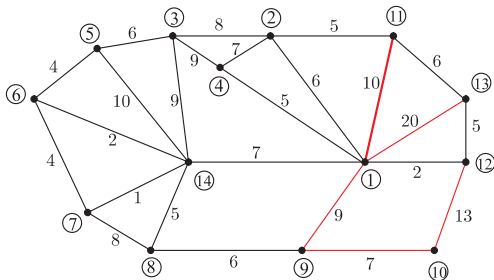


38. zīm.

Izvēlamies šķautni ar maksimālo svaru, t.i., šķautni  $\{1; 11\}$  ar svaru 10. Apskatām koku  $T_5 = T_4 + \{1; 11\}$ .

1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	3	3	3
2	4	9	11	12	13	14	3	4	11	4	5	14
6	5	9	10	2	20	7	8	7	5	9	6	9
5	5	6	6	7	7	8	8	9	10	11	12	
6	14	7	14	8	14	9	14	10	12	13	13	
4	10	4	2	8	1	6	5	7	13	6	5	

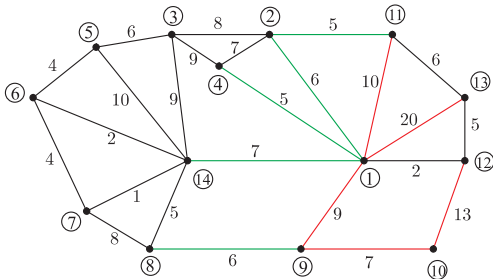
Koka  $T_5$  svars ir  $49 + 10 = 59$ .



39. zīm.

6. *solis.* Apskatām visas grafa  $G$  šķautnes, kas savieno koka  $T_5$  virsotnes ar kokam  $T_5$  nepiederošām grafa  $G$  virsotnēm:

1	1	1	2	8
2	4	14	11	9
6	5	7	5	6

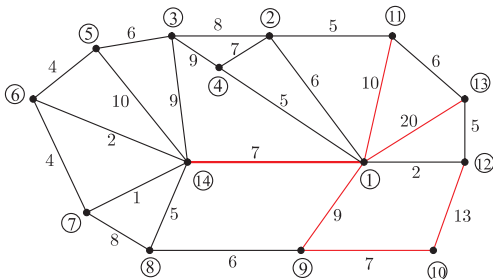


40. zīm.

Izvēlamies šķautni ar maksimālo svaru, t.i., šķautni  $\{1; 14\}$  ar svaru 7. Apskatām koku  $T_6 = T_5 + \{1; 14\}$ .

1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	3	3	3
2	4	9	11	12	13	14	3	4	11	4	5	14
6	5	9	10	2	20	7	8	7	5	9	6	9
5	5	6	6	7	7	8	8	9	10	11	12	
6	14	7	14	8	14	9	14	10	12	13	13	
4	10	4	2	8	1	6	5	7	13	6	5	

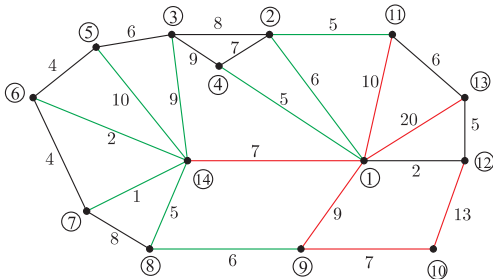
Koka  $T_6$  svars ir  $59 + 7 = 66$ .



41. zīm.

7. *solis.* Apskatām visas grafa  $G$  šķautnes, kas savieno koka  $T_6$  virsotnes ar kokam  $T_6$  nepiederošām grafa  $G$  virsotnēm:

1	1	2	3	5	6	7	8	8
2	4	11	14	14	14	14	9	14
6	5	5	9	10	2	1	6	5

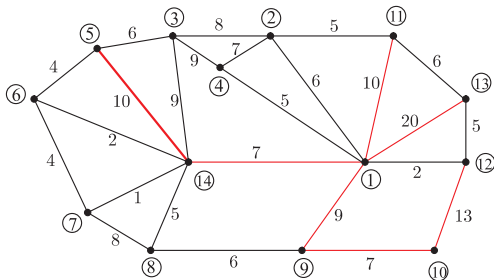


42. zīm.

Izvēlamies šķautni ar maksimālo svaru, t.i., šķautni  $\{5; 14\}$  ar svaru 10. Apskatām koku  $T_7 = T_6 + \{5; 14\}$ .

1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	3	3	3
2	4	9	11	12	13	14	3	4	11	4	5	14
6	5	9	10	2	20	7	8	7	5	9	6	9
5	5	6	6	7	7	8	8	9	10	11	12	
6	14	7	14	8	14	9	14	10	12	13	13	
4	10	4	2	8	1	6	5	7	13	6	5	

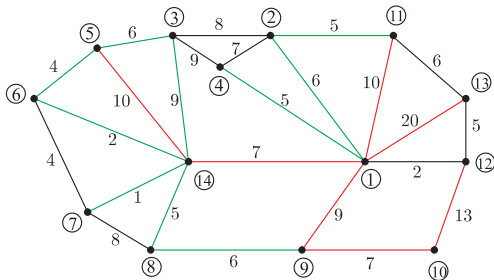
Koka  $T_7$  svars ir  $66 + 10 = 76$ .



43. zīm.

8. *solis.* Apskatām visas grafa  $G$  šķautnes, kas savieno koka  $T_7$  virsotnes ar kokam  $T_7$  nepiederošām grafa  $G$  virsotnēm:

1	1	2	3	3	5	6	7	8	8
2	4	3	5	14	6	14	14	9	14
6	5	8	6	9	4	2	1	6	5



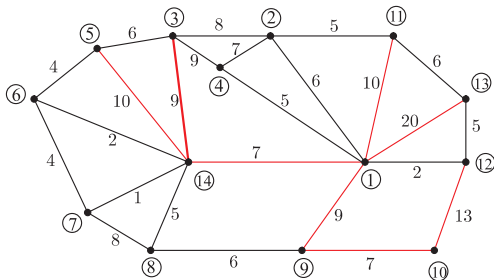
44. zīm.



Izvēlamies šķautni ar maksimālo svaru, t.i., šķautni  $\{3; 14\}$  ar svaru 9. Apskatām koku  $T_8 = T_7 + \{3; 14\}$ .

1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	3	3	3
2	4	9	11	12	13	14	3	4	11	4	5	14
6	5	9	10	2	20	7	8	7	5	9	6	9
5	5	6	6	7	7	8	8	9	10	11	12	
6	14	7	14	8	14	9	14	10	12	13	13	
4	10	4	2	8	1	6	5	7	13	6	5	

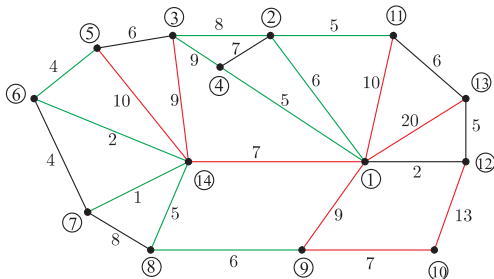
Koka  $T_8$  svars ir  $76 + 9 = 85$ .



45. zīm.

9. *solis.* Apskatām visas grafa  $G$  šķautnes, kas savieno koka  $T_8$  virsotnes ar kokam  $T_8$  nepiederošām grafa  $G$  virsotnēm:

1	1	2	2	3	5	6	7	8	8
2	4	3	11	4	6	14	14	9	14
6	5	8	5	9	4	2	1	6	5

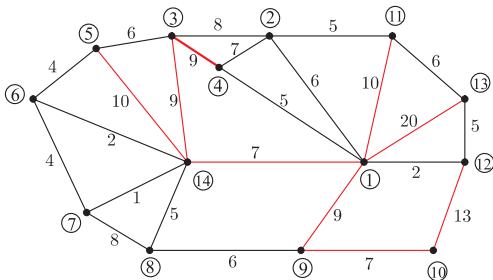


46. zīm.

Izvēlamies šķautni ar maksimālo svaru, t.i., šķautni  $\{3;4\}$  ar svaru 9. Apskatām koku  $T_9 = T_8 + \{3;4\}$ .

1	1	1	1	1	1	2	2	2	3	3	3	
2	4	9	11	12	13	14	3	4	11	4	5	14
6	5	9	10	2	20	7	8	7	5	9	6	9
5	5	6	6	7	7	8	8	9	10	11	12	
6	14	7	14	8	14	9	14	10	12	13	13	
4	10	4	2	8	1	6	5	7	13	6	5	

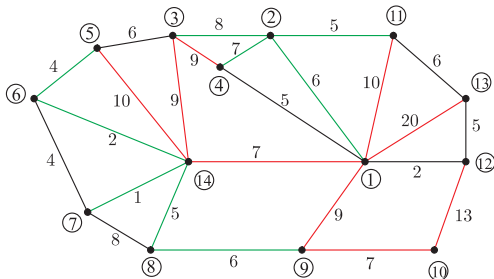
Koka  $T_9$  svars ir  $85 + 9 = 94$ .



47. zīm.

10. *solis.* Apskatām visas grafa  $G$  šķautnes, kas savieno koka  $T_9$  virsotnes ar kokam  $T_9$  nepiederošām grafa  $G$  virsotnēm:

1	<b>2</b>	2	2	5	6	7	8	8
2	<b>3</b>	4	11	6	14	14	9	14
6	<b>8</b>	7	5	4	2	1	6	5

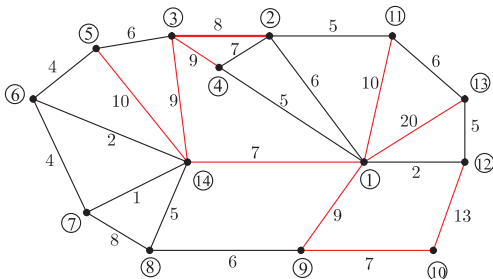


48. zīm.

Izvēlamies šķautni ar maksimālo svaru, t.i., šķautni  $\{2; 3\}$  ar svaru 8. Apskatām koku  $T_{10} = T_9 + \{2; 3\}$ .

1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	3	3	3
2	4	9	11	12	13	14	3	4	11	4	5	14
6	5	9	10	2	20	7	8	7	5	9	6	9
5	5	6	6	7	7	8	8	9	10	11	12	
6	14	7	14	8	14	9	14	10	12	13	13	
4	10	4	2	8	1	6	5	7	13	6	5	

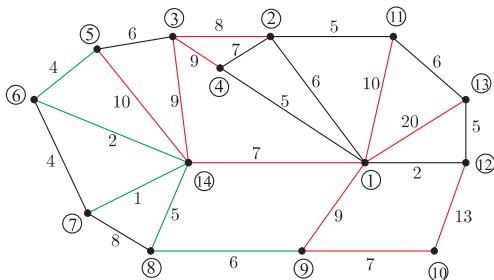
Koka  $T_{10}$  svars ir  $94 + 8 = 102$ .



49. zīm.

11. *solis.* Apskatām visas grafa  $G$  šķautnes, kas savieno koka  $T_{10}$  virsotnes ar kokam  $T_{10}$  nepiederošām grafa  $G$  virsotnēm:

5	6	7	8	8
6	14	14	9	14
4	2	1	6	5

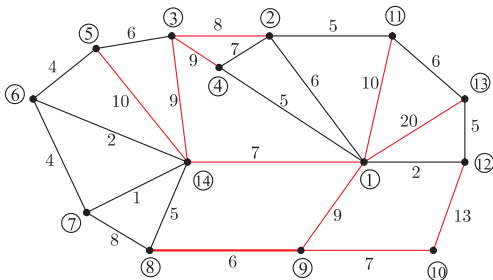


50. zīm.

Izvēlamies šķautni ar maksimālo svaru, t.i., šķautni  $\{8;9\}$  ar svaru 6. Apskatām koku  $T_{11} = T_{10} + \{8;9\}$ .

1	1	1	1	1	1	2	2	2	3	3	3	
2	4	9	11	12	13	14	3	4	11	4	5	14
6	5	9	10	2	20	7	8	7	5	9	6	9
5	5	6	6	7	7	8	8	9	10	11	12	
6	14	7	14	8	14	9	14	10	12	13	13	
4	10	4	2	8	1	6	5	7	13	6	5	

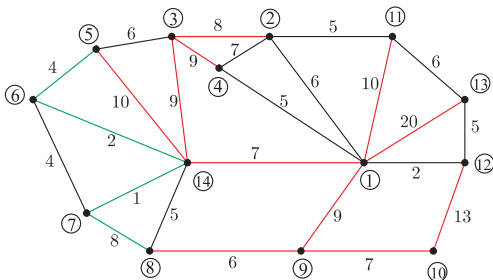
Koka  $T_{11}$  svars ir  $102 + 6 = 108$ .



51. zīm.

12. *solis.* Apskatām visas grafa  $G$  šķautnes, kas savieno koka  $T_{11}$  virsotnes ar kokam  $T_{11}$  nepiederošām grafa  $G$  virsotnēm:

5	6	7	7
6	14	14	8
4	2	1	8



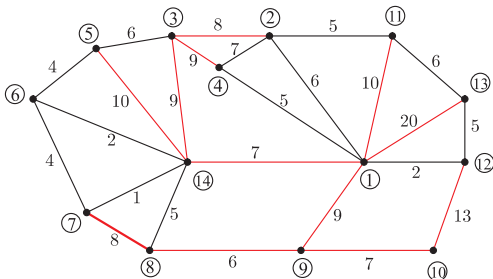
52. zīm.



Izvēlamies šķautni ar maksimālo svaru, t.i., šķautni  $\{7;8\}$  ar svaru 8. Apskatām koku  $T_{12} = T_{11} + \{7;8\}$ .

1	1	1	1	1	1	2	2	2	3	3	3	
2	4	9	11	12	13	14	3	4	11	4	5	14
6	5	9	10	2	20	7	8	7	5	9	6	9
5	5	6	6	7	7	8	8	9	10	11	12	
6	14	7	14	8	14	9	14	10	12	13	13	
4	10	4	2	8	1	6	5	7	13	6	5	

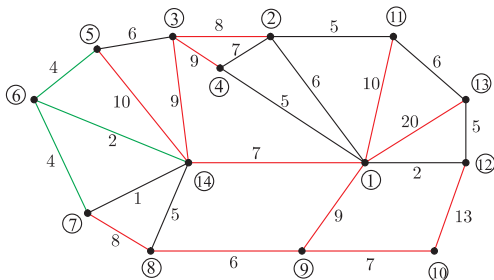
Koka  $T_{12}$  svars ir  $108 + 8 = 116$ .



53. zīm.

13. *solis.* Apskatām visas grafa  $G$  šķautnes, kas savieno koka  $T_{12}$  virsotnes ar kokam  $T_{12}$  nepiederošām grafa  $G$  virsotnēm:

5	6	6
6	7	14
4	4	2

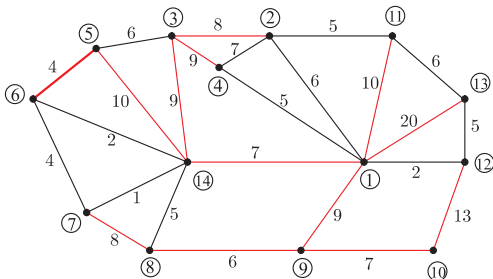


54. zīm.

Izvēlamies šķautni ar maksimālo svaru, t.i., šķautni  $\{5; 6\}$  ar svaru 4. Apskatām koku  $T_{13} = T_{12} + \{5; 6\}$ .

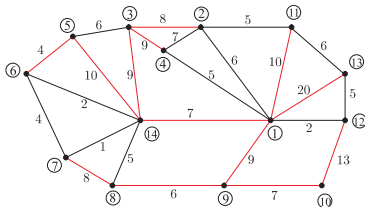
1	1	1	1	1	1	2	2	2	3	3	3	
2	4	9	11	12	13	14	3	4	11	4	5	14
6	5	9	10	2	20	7	8	7	5	9	6	9
5	5	6	6	7	7	8	8	9	10	11	12	
6	14	7	14	8	14	9	14	10	12	13	13	
4	10	4	2	8	1	6	5	7	13	6	5	

Koka  $T_{13}$  svars ir  $116 + 4 = 120$ .

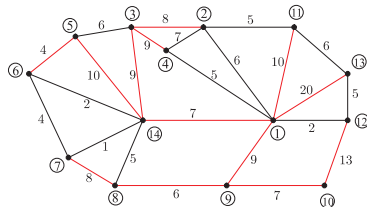


55. zīm.

*Tā kā koka  $T_{13}$  indekss 13 ir par 1 mazāks nekā grafa  $G$  virsotņu skaits, tad metodes darbu beidzam. **Koks  $T_{13}$  ir maksimālā svara parciālkoks dotajā grafā  $G$ . Parciālkoka  $T_{13}$  svars ir 120.***



56. zīm. Maksimālā svara parciālkoks, kas tika iegūts, lietojot Prīmas metodi.



57. zīm. Maksimālā svara parciālkoks, kas tika iegūts, lietojot Kraskala metodi.

Tāds pats maksimālā svara parciālkoks (un līdz ar to maksimālā svara parciālkoka svars 120) tika iegūts ar Kraskala metodes palīdzību.