DAUGAVPILS UNIVERSITĀTE
Dabaszinātņu un matemātikas fakultāte
Fizikas un matemātikas katedra

Armands Gricāns

Diskrētā matemātika

Grafu matricas

2020. gada 27. septembris

2020

Saturs

1. Grafa kaimiņmatrica

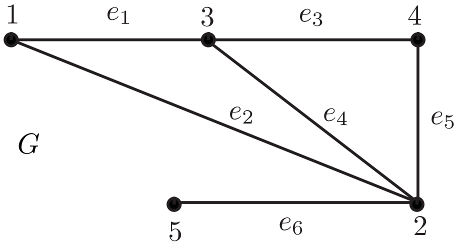
Par **n-tās kārtas grafa G kaimiņmatricu (saistības matricu vai šķautņu matricu)** sauc $n \times n$-matricu $M(G) = \|m_{ij}\|$, ka

$$m_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{ja} \quad \text{virsotnes } u_i \text{ un } u_j \ (i \neq j) \text{ ir blakusvirsotnes,} \\ 0, & \text{ja} \quad i = j \text{ vai arī virsotnes } u_i \text{ un } u_j \ (i \neq j) \text{ nav} \\ & \qquad \text{blakusvirsotnes,} \end{cases}$$

kur $i, j \in \{1; 2; \ldots; n\}$. Grafa G kaimiņmatrica ir kvadrātiska simetriska matrica, uz kuras galvenās diagonāles atrodas tikai nulles. Vieninieku skaits katrā kaimiņmatricas rindiņā (vai ailē) ir vienāds ar atbilstošās virsotnes pakāpi[1]. k-tās pakāpes regulāra[2] grafa kaimiņmatricas katrā rindiņā (vai ailē) atrodas tieši k vieninieki.

[1]Par grafa **virsotnes pakāpi** sauc visu šai virsotnei incidento šķautņu skaitu.

[2]Grafu G sauc par ***k*-tās pakāpes regulāru grafu**, ja katras grafa G virsotnes pakāpe ir vienāda ar k.



Zīmējumā attēlotā grafa G kaimiņmatrica:

$$M(G) = \begin{array}{cc} & \begin{array}{ccccc} u_1 & u_2 & u_3 & u_4 & u_5 \end{array} \\ \begin{array}{c} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \\ u_5 \end{array} & \left\| \begin{array}{ccccc} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right\| \end{array}.$$

$$u_i = i \quad (i = 1, 2, 3, 4, 5).$$

2. Grafa incidences matrica

Apskatīsim $(n;m)$-grafu G ar virsotņu kopu $VG = \{u_1; u_2; \ldots; u_n\}$ un šķautņu kopu $EG = \{e_1; e_2; \ldots; e_m\}$. Par **grafa G incidences matricu** sauc $n \times m$-matricu $B(G) = \|b_{ij}\|$, ka

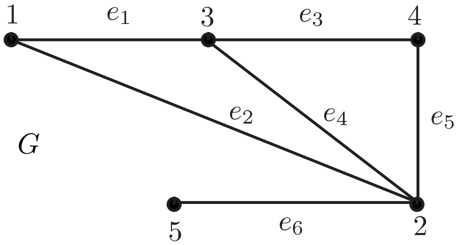
$$b_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{ja} \quad \text{virsotne } u_i \text{ ir incidenta šķautnei } e_j, \\ 0, & \text{ja} \quad \text{virsotne } u_i \text{ nav incidenta šķautnei } e_j, \end{cases}$$

kur $i \in \{1; 2; \ldots; n\}$, $j \in \{1; 2; \ldots; m\}$.

- Katra incidences matricas aile satur tieši divus vieniniekus.
- Incidences matricā nav divu vienādu aiļu.

Grafa kaimiņmatrica un incidences matrica ir bināras[3] matricas.

[3]Matricu sauc par **bināru**, ja tās elementi ir 0 vai 1.



Zīmējumā attēlotā grafa G incidences matrica:

$$B(G) = \begin{array}{c} \\ u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \\ u_5 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccccc} e_1 & e_2 & e_3 & e_4 & e_5 & e_6 \end{array} \\ \left\| \begin{array}{cccccc} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right\| \end{array}.$$

$$u_i = i \quad (i = 1, 2, 3, 4, 5).$$

Literatūra

[1] Bondy A., Murty U.S.R. *Graph Theory (Graduate Texts in Mathematics)*. Springer, 2007.

[2] Vasudev C. *Graph Theory with Applications*. New Age International (P) Ltd., 2006.

[3] Емеличев В.А., Мельников О.И., Сарванов В.И., Тышкевич Р.И. *Лекции по теории графов*. Наука, Москва, 1990.

[4] Новиков Ф.А. *Дискретная математика для программистов*. Питер, СПб, 2000.