

## **ASTOTAIS MĀJASDARBS**

8.1. Pierādīt, ka

- a) neeksistē grafs ar piecām virsotnēm, kuru pakāpes ir 2,4,4,4,4,
- b) eksistē grafs ar  $2n$  virsotnēm, kuru pakāpes ir  $1,1,2,2,\dots,n,n$ .

8.2. Kādā valstī jebkuras divas pilsētas ir savienotas vai nu ar lielceļu vai arī ar dzelzsceļu. Pierādīt, ka var izvēlēties transporta veidu (automašīnu vai vilcienu) tā, lai no jebkuras pilsētas varētu aizbraukt uz jebkuru citu pilsētu izmantojot tikai šo transporta veidu un pa ceļam iebraucot ne vairāk kā divās citās pilsētās.

8.3. Vienas kārtas volejbola turnīrā piedalās 15 komandas. Katrai komandai ir tieši 7 uzvaras. Cik ir tādu komandu trijnieku, kuriem iekšējās spēlēs katrai komandai ir viena uzvara?

8.4. Atrast visas izomorfisma klases grafiem, kuriem ir ne vairāk kā 5 virsotnes.

8.5. Atrast norādīto grafu automorfismus ar norādītajām kārtām (funkcijas  $f : A \rightarrow A$  kārtā ir mazākais naturālais skaitlis  $k$  tāds, ka  $f^k = id_A$ ):

- a) kuba grafs, kārtā - 2,3,4,6;
- b) oktaedra grafs, kārtā - 2,3,4,6;
- c) Petersena grafs, kārtā - 2,3,4,5,6.

## **PAAUGSTINĀTAS GRŪTĪBAS UN PĒTNIECISKA RAKSTURA UZDEVUMI**

8.6. Pierādīt, ka 18 cilvēku kopā vai nu ir 4 cilvēki, kas pazīst viens otru vai arī ir 4 cilvēki, kas nepazīst viens otru. Pierādīt, ka katram naturālam skaitlim  $n$  eksistē tāds naturāls skaitlis  $R(n)$ , ka izpildās šāds nosacījums: ja grafa virsotņu skaits ir lielāks nekā  $R(n)$ , tad vai nu grafs vai arī tā papildinājums satur  $K_n$  kā apakšgrafu.

8.7. Pierādīt, ka sakarīgā grafā

- a) jebkurām divām maksimāla garuma ķēdēm ir kopīga virsotne,
- b) nav tiesa, ka visām maksimāla garuma ķēdēm ir kopīga virsotne.

8.8. . Pierādīt, ka katra netriviāla pašpapildinoša (izomorfa savam papildinājumam) grafa diametrs var būt vienāds tikai ar 2 vai 3.