

PIEKTAIS MĀJASDARBS

5.1. Cik veidos uz šaha galdiņa var izvietot 2 zirgus (a) dažādu krāsu vai b) vienādu krāsu) tā, lai tie neapdraudētu viens otru?

5.2. 15 cilvēki kopā salasīja 100 ābolus. Pierādīt, ka eksistē divi cilvēki, kas salasīja vienādu ābolu skaitu.

5.3. Atrast naturāla skaitļa n dažādo pozitīvo dalītāju skaitu, ja ir zināma n faktorizācija pirmskaitļu pakāpju reizinājumā: $n = p_1^{a_1} p_2^{a_2} \dots p_k^{a_k}$.

5.4. Cik veidos no n elementus lielas kopas var izvēlēties divas atdalītas netukšas apakškopas?

5.5. Pierādīt identitāti $\sum_{i=0}^n i^2 C_n^i = n(n+1)2^{n-2}$.

PAAUGSTINĀTAS GRŪTĪBAS UN PĒTNIECISKA RAKSTURA UZDEVUMI

5.6. Katra no divām binārām virknēm satur n nulles un n vieniniekus. Pierādīt, ka vienu no šīm virknēm var cikliski nobīdīt tā, ka nobīdītā virkne sakrīt ar otru virkni n vietās.

5.7. Cik veidot var izveidot virknes ar garumu m no kopas $\{1, \dots, n\}$ elementiem, kurām

- 1) nekādi divi blakusesoši elementi nav vienādi;
- 2) nekādi divi blakusesoši elementi nav vienādi un pirmais elements nav vienāds ar pēdējo.

5.8. . Punktu sauc par *veselu* punktu, ja visas tā Dekarta koordinātes ir veseli skaitļi. Cik veselu punktu ir plaknes $x + y + z = n$ apgabalā, ko ierobežo

- a) slēgtais oktants $x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$,
- b) vaļējais oktants $x > 0, y > 0, z > 0$?