

DAUGAVPILS UNIVERSITĀTE
Dabaszinātņu un matemātikas fakultāte
Matemātikas katedra
Bakalaura studiju programma "Matemātika"

Studiju kurss

Lineārā algebra II

10.nodarbība

Docētājs: Dr. P. Daugulis

2009./2010.studiju gads

Saturs

1. Lineāras telpas	3
2. Lineāra neatkarība, bāze un dimensija	4
3. Lineāri attēlojumi	5
4. 10.mājasdarbs	8
4.1. Obligātie uzdevumi	8
4.2. Paaugstinātas grūtības un pētnieciska rakstura uzdevumi	9

1. Lineāras telpas

Svarīgākie jēdzieni:

- k -lineāra telpa,
- aritmētiskā LT, matricu LT,
- funkciju LT,
- matricas nulltelpa,
- LT apakštelpa,
- apakštelpu summa,
- lineāra kombinācija,
- kopas lineārais slēgums,
- LT veidotājsistēmas.

Svarīgākie fakti un metodes:

- LT pamatīpašības,
- apakštelpu un to operāciju īpašības,
- lineārā slēguma īpašības.

2. Lineāra neatkarība, bāze un dimensija

Svarīgākie jēdzieni:

- lineāra atkarība/neatkarība,
- LT bāze,
- kanoniskās bāzes,
- galīgi ģenerēta LT, LT dimensija,
- apakštelpu iekšējā tiešā summa,
- papildinošā apakštelpa,
- matricas rindu un kolonnu telpa.

Svarīgākie fakti un metodes:

- lineāras atkarības īpašības,
- bāzes eksistence galīgi ģenerētā LT,
- bāzes īpašības,

- algoritmi elementu koordinātu aprēķināšanai pārejot uz citu bāzi,
- teorēma par apakštelpu dimensijām,
- papildinošās apakštelpas īpašības,
- matricas rangū interpretācija,
- matricas invertējamības kritēriji,
- apakštelpu summas un šķēluma interpretācija matricu terminos.

3. Lineāri attēlojumi

Svarīgākie jēdzieni:

- k -lineārs attēlojums,
- izomorfisms, operators, funkcionālis,
- dabiskie lineārie attēlojumi - nulles, vienības, apakštelpas iekļaušanas, elementa fiksēšanas, projekciju LA,

- vektoru, aritmētisko telpu un matricu LA piemēri,
- LA matrica attiecībā uz dotajām bāzēm,
- LA grafs,
- LA attēls,
- LA kodols,
- LA summa un reizināšana ar lauka elementu,
- LA kompozīcija,
- LA matricas maiņa pārejot uz citām bāzēm,
- lineārs izomorfisms (LI),
- izomorfas LT.

Svarīgākie fakti un metodes:

- LA pamatīpašības,
- LA noteikšana ar tā darbību uz bāzes elementiem,
- LA darbības aprēķināšana izmantojot matricu reizināšanu,

- LA grafa konstruēšana,
- LA attēla un kodola īpašības,
- LA attēla un kodola atrašana,
- attēla un kodola dimensiju summas īpašība,
- LA veido LT,
- funkcijas turpināšana uz LA,
- LA operāciju realizācija ar matricām,
- LA matricas maiņas formula,
- LI īpašības,
- LT izomorfisms ar k^n ,
- LT klasifikācija ar precizitāti līdz izomorfismam.

4. 10.mājasdarbs

4.1. Obligātie uzdevumi

10.1 $S \subseteq \mathbb{R}[X]$: $f \in S \iff$ vienādojuma $f(x) = 0$ sakņu kopa nav tukša. Vai S ir $\mathbb{R}[X]$ lineāra apakštelpa?

10.2 $S = \{(1, 1, 0, 0), (0, 1, 1, 0), (0, 0, 1, 1), (1, 0, 0, 1)\} \subseteq \mathbb{R}^4$. Noteikt, vai S ir \mathbb{R}^4 bāze. Ja S nav bāze, tad aizvietot vienu vai vairākus S elementus ar citiem \mathbb{R}^4 tā, lai iegūtu bāzi.

10.3 $S \subseteq \mathbb{R}[X]_n : f \in S \iff \begin{cases} f(1) = 0 \\ f'(1) = 0. \end{cases}$ Pierādīt, ka $S \leq \mathbb{R}[X]_n$.
Atrast S bāzi un dimensiju.

10.4 $\varphi_n : \mathbb{R}[X]_n \rightarrow \mathbb{R}[X]_n, f(X) \xrightarrow{\varphi} f(X+1) - f(X)$. Pierādīt, ka $\varphi \in \text{End}(\mathbb{R}[X]_n)$. Atrast φ_3 matricu monomu bāzē. Atrast φ_3 attēlu un kodolu.

4.2. Paaugstinātas grūtības un pētnieciska rakstura uzdevumi

10.5 $\varphi_n : \mathbb{R}[X]_n \rightarrow \mathbb{R}[X]_n, f(X) \xrightarrow{\varphi} \sum_{i=1}^n c_i f(a_i X + b_i)$. Noskaidrot, vai $\varphi \in \mathcal{E}nd(\mathbb{R}[X]_n)$. Pozitīvas atbildes gadījumā atrast φ_n matricu monomu bāzē. Atrast φ_n attēlu un kodolu.